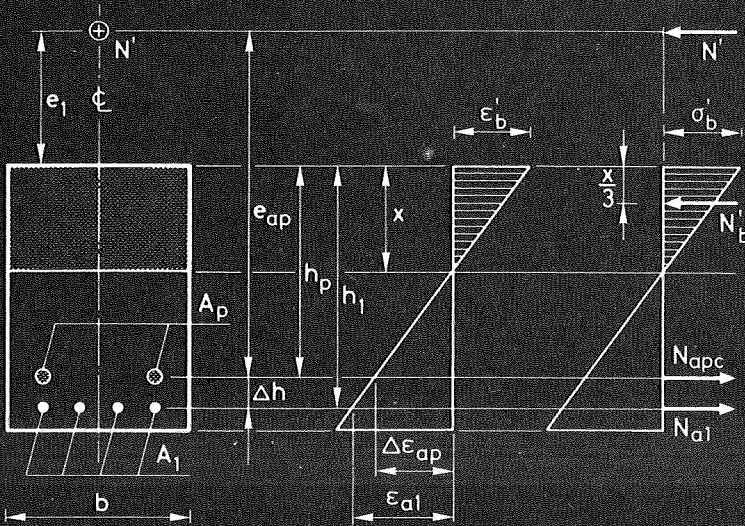


BETONKONSTRUKTIONER III



Egil Borchsenius 11-12-70

TROELS BRØNDUM-NIELSEN

BETONKONSTRUKTIONER III

AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE
1970



Troels Brøndum-Nielsen 1970

FORORD

Denne Bog udgør et Supplement til mine Lærebøger "Betonkonstruktioner I", 1969 (BK I), "Betonkonstruktioner II", 1970 (BK II), "Spændbeton", 1969 (SB) og til Lektor E. Skettrup og min Eksempelsamling "Spændbeton-Beregninger", 1970 (SBB).

Kapitler, Afsnit, Ligninger, Figurer og Taleksempler er nummereret i Fortsættelse af BK I - BK II.

Formålet med Bogen har først og fremmest været at belyse de Problemer, der knytter sig til delvis forspændte Betonkonstruktioner og Betonkonstruktioner med kombineret Armering, d. v. s. en Kombination af forspændt og ikke-forspændt Armering. Saadanne Konstruktioner kan forventes at komme til at finde større Anvendelse i Fremtiden. De væsentligste Problemer vedrører saadanne Konstruktioners Forhold med Hensyn til Revnelast, Revnevidder, Deformationer og Udmattelsespaavirkning.

Bogstavsymbolfortegnelse, Emnefortegnelse over Litteratur, Forfatterindex og alfabetisk Emneliste dækker baade BK I, BK II og nærværende Bog (BK III), saaledes at Opsøgning via en saadan Index er begrænset til BK III.

Dr. techn. H. Krenchel, Lektorerne P. Lange-Hansen og E. Skettrup og Civilingeniørerne H. C. Sørensen og S. Rostam har gennemlæst Manuskriptet eller Dele deraf og bidraget med mange Forslag til Forbedringer. Figurerne er tegnet af Ingeniørassistent B. Leisten og Manuskriptet renskrevet af Frk. Ebba Bengaard.

København, September 1970.

Troels Brøndum-Nielsen

INDHOLDSFORTEGNELSE

Forord

Bogstavsymboler

17.	Delvis Forspænding	1
17.1	Indledning	1
17.1.1	Kombineret Armering	2
17.1.2	Forspændingssnitkræfter og Egenspændinger	2
17.1.3	Forspændingsgrad	5
17.1.4	Dekompressionstilstand	7
17.1.5	Klassifikation af Betonkonstruktioner	8
17.1.6	Statisk ubestemte Konstruktioner	9
17.1.6.1	Brugsstadiet	9
17.1.6.2	Brudstadiet	13
17.1.6.3	Lineær Transformation	18
17.2	Nominel Brudlast	20
	Taleksempel Nr. 17.2.1	24
17.3	Revnelast	27
	Taleksempel Nr. 17.3.1	30
17.3.1	Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnelasten	33
	Taleksempel Nr. 17.3.2	34
17.4	Revnevidder	41
	Taleksempel Nr. 17.4.1	50
	Taleksempel Nr. 17.4.2	52
17.4.1	Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden	53
	Taleksempel Nr. 17.4.3	56
17.4.2	T- og I-Profilen	60
17.5	Deformationer	61
17.5.1	Deformationer før Revnedannelsen	61
17.5.2	Deformationer efter Revnedannelsen	62
	Taleksempel Nr. 17.5.1	64
17.5.3	Forspændingsgradens Indflydelse paa Deformationerne	65
	Taleksempel Nr. 17.5.2	67
17.6	Forskydning	72
17.6.1	Forskydningsberegning	72

17.6.2	Optimal Bøjlevinkel	72
17.7	Udmattelsespaavirkning	76
17.7.1	Beregning af Spændingsvariation	76
17.7.2	Udmattelsesstyrke for Armering og Forankringer	81
	Taleksempel Nr. 17.7.1	83
	Litteratur	88
	Emnefortegnelse over Litteratur	93
	Forfatterindex	99
	Alfabetisk Emneliste	110
	Appendiks Nr. 7	122
	Appendiks Nr. 8	123
	Appendiks Nr. 9	124

BOGSTAVSYMBOLER

Det er tilstræbt at bringe de anvendte Bogstavsymboler i størst mulig Overensstemmelse med det Forslag til internationale Bogstavsymboler, som er udarbejdet af den europæiske Betonkomité CEB (Comité Européen du Béton).

Spændinger betegnet σ regnes positive som Trykspændinger.

Spændinger betegnet σ regnes positive som Trækspændinger.

Tøjninger betegnet ϵ regnes positive som Forkortelser.

Tøjninger betegnet ϵ regnes positive som Forlængelser.

Iøvrigt anvendes hyppigt følgende Indices etc.:

a betegner Armering

b betegner Beton

k som Index til σ betegner karakteristisk Brudspænding

m betegner Middelværdi

u betegner Brudværdi

$\bar{\sigma}$ betegner tilladelig Spænding

σ^* betegner nominel Brudspænding

Δ som Præfiks betegner Tilvækst

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
A A'	Tværsnitsarealer af Træk- og Trykarmering	7.32.7	7.32.5	I 51 I 86-87
A_p	Tværsnitsareal af Spænd- armering		17.1.1	III 6
A_t	Tværsnitsareal af For- skydningsarmeringsstang		7.43.6	I 134
A_1	$\frac{\sigma_b^* b h_o}{\sigma_a}$		7.34.6	I 120
A_1	Tværsnitsareal af ikke- forspændt Armering		17.1.1	III 6

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
B	Tværsnitsareal af Beton			I 51
B_t	Transformeret Betonareal		7. 31. 9	I 57
B_o	Det største Betontværsnit, hvis Tyngdepunkt falder sammen med Trækarmringens Tyngdepunkt	15. 1		II 68
dA, dB, dB _t	Infinitesimale Elementer af A, B og B _t		7. 31. 7	I 57
B_1, B_2	Arealer, der benyttes ved Beregning af Fundamenter		9. 4. 1	I 232
C	Cementmængde pr. m ³ Beton		2. 7. 2	I 16
E_a	Staals Elasticitetskoefficient for Træk og Tryk		3. 5. 1	I 37
E'_a			7. 1. 3	I 51
E_{ap}	Spændarmeringens Elasticitetskoefficient			III 28
E_{a1}	Den ikke-forspændte Armerings Elasticitetskoefficient			III 28
E'_b	Betonens Elasticitetskoefficient for Tryk		2. 6. 1	I 13
E'_{bo}	Elasticitetskoefficient svarende til Arbejdsliniens Tangent i Begyndelsepunktet		7. 51. 5	I 170
E'_{bt}	Formel Elasticitetskoefficient ved Beregning af totale Tøjninger (incl. Krybning)		2. 8. 13	I 23

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
F	Areal i Laaseglidningsdiagram	14. 2. 1		II 44
F	Arealet af Normalsnit i hult, lukket Tværsnit inden for Midtlinien af Profilets Vægge		10. 31. 3	II 5
F	Tværsnitsareal af Rør		10. 32. 3	II 7
dF	Infinitesimale Arealelement		10. 32. 2	II 8
H	Kraft ved Pladehjørner		11. 17	II 22
I I _ξ I _η	Inertimoment om henholdsvis Tyngdepunktsakse, ξ-Akse og η-Akse		7. 34. 14	I 126
			7. 31. 10	I 58
			7. 31. 12	I 58
I _x	Inertimoment om vandret Tyngdepunktsakse (x-Akse)		7. 41. 1	I 128
I _I	Det transformerede Betontværsnits Inertimoment henholdsvis før og efter Revnedannelsen		16. 1. 1	II 75
I _{II}			16. 1. 2	II 76
I _I	Det urevnedede Betontværsnits transformerede Inertimoment, idet der tages Hensyn til Betonens Krybning		17. 5. 1	III 61
K	Kamstaal			I 29
K	Krumning af udbøjet Søjle		7. 56. 2	I 176
M	Moment			I 75

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
M_a	Armeringskraftens (N_a eller N'_a) Moment med Hensyn til Undersidearmring			I 77
M'_a				I 80
M_b	Betonnormalkraftens (N'_b) Moment med Hensyn til Undersidearmring			I 80
M_c	Tillægsmoment ved Søjleberegning hidrørende fra Udbøjningen		7.56.1	I 175
M_t	Vridningsbæreevne af armeret Tværsnit		10.33.1	II 9
M_{ta}	Vridningsbæreevne af Armeringsnettet med Udnyttelse af Betonlamellerne som Trykdiagonaler	10.32.1		II 6
M_{tb}	Vridningsbæreevne af Betonen		10.31.1	II 4
M_{to}	Den til $T = 0$ svarende Værdi af M_t		10.4.1	II 12
M_ξ	Moment om ξ - og η -Akse		7.31.10	I 58
M_η			7.31.12	I 58
M_{max}	Foreskrevet Maksimalmoment		7.34.1	I 121
M_I	Den Værdi af Bøjningsmomentet, ved hvilken der fremkaldes Revner i Bjælkens Trækside	16.11		II 76
M_I	Revnemoment		17.3.4	III 29

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
M_{II}	$M - M_I$		16.1.5	II 77
N N'	Træk- og Tryknormalkræfter		7.2.1 7.1.1	I 55 I 50
N'	Kritisk Søjletryk		7.51.1	I 170
N_1	$N_{apon} + N'$		17.4.10	III 45
N_a, N'_a, N_b	Normalkræfter i Armering og Beton			I 80
N_{ap}	Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen	17.1.1		III 4
N_{apc}	Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen	17.4.1	17.4.4	III 44
N_{apo}	Fiktiv Kraft, som paasat Tværsnittet bringer dette i Dekompressionstilstanden			III 7
N_{apon}	Normalkomponenten af N_{apo}		17.4.8	III 45
N_{ao} N_{a1}	Trækraft i Spændarmering ved Forankring henholdsvis før og efter Laaseglidning	14.2.1		II 44
N_{a1}	Resultanten af Spændingerne i den ikke-forspændte Armering	17.4.1	17.4.4	III 44
N_{a2}	Værdien af N_a i Punktet $s = s_o$	14.2.1		II 44
ΔN_a	Armeringskraftens Reduktion ved Laaseglidning	14.2.1		II 43

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
N'_b	Tryknormalkraft i Beton	7. 43. 1		I 133
N'_{bo}	Resultant af Betontrykspændinger	7. 49. 2		I 163
N'^*	Nominel Brudlast (centralt Tryk)		7. 1. 19	I 54
Q_x, Q_y	Forskydningskræfter pr. Længdeenhed	11. 1		II 18
R	Rundjern			I 28
S	Betontværsnittets statiske Moment om Bjælkeoverkant		7. 34. 16	I 126
S_x^p	Statisk Moment om x-Akse af den Del af Tværsnittet, der ligger under en vandret Linie gennem det betragtede Punkt		7. 41. 2	I 128
T	Middeltemperatur		2. 8. 8	I 22
T	Tentorstaal			I 33
T	Forskydningskraft		7. 41. 2	I 128
T_a T_b	Forskydningskraft-Andel optaget af henholdsvis Armering og Beton			I 153
T_o	Den til $M_t = 0$ svarende Værdi af Forskydningskraft		10. 4. 1	II 12
V	Vandmængde pr. m^3 Beton		2. 7. 6	I 16

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
V	Bøjlevolumen pr. Længdeenhed af Bjælke		17. 6. 1	III 73
W_t	Tværsnittets transformerede Modstandsmoment, idet der tages Hensyn til Belastningens Varighed		17. 3. 3	III 28
W_{tf}	Tværsnittets transformerede Modstandsmoment, idet der tages Hensyn til Betonens Krybning		17. 3. 2	III 28
Y_p	Forskydningskraft hidrørende fra Forspændingen		14. 42. 1	II 54
a	Konstant		2. 8. 10	I 22
a	Momentcentrums Afstand fra Trækarmring	7. 32. 5		I 84
a	Rektangulært Tværsnits største Sidelinie		10. 31. 1	II 4
a_t	Nødvendigt Armerings-tværsnitsareal pr. Længdeenhed		10. 32. 4	II 9
a_l	Armeringsbøjles største Sidelængde, maalt mellem Bøjlearmeringens Tyngdepunktslinier	11. 32. 1		II 6
b	Bredde af Betontværsnit	7. 31. 2		I 60
b	Ribbeafstand	7. 33. 1		I 117
b	Trykflangebredde	7. 34. 1		I 119
b	Rektangulært Tværsnits mindste Sidelinie		10. 31. 1	II 4

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
b	Kropbredde		10.42.1	II 54
b ₀	Ribbebredde	7.33.1		I 117
b ₁	Armeringsbøjles mindste Sidelængde, maalt mellem Bøjlearmeringens Tyngdepunktslinier	10.32.1		II 6
b ₁ , b ₂	Flangebredde i T-Bjælke	7.49.2		I 164
b _e	Effektiv Trykflangebredde	7.33.1		I 117
c c ₁ , c ₂ , c ₃	Konstanter		2. 5.1 7.31.4	I 11 I 56
c	Betondæklag		15.3	II 69
c ₁	$\frac{1}{\sqrt{\mu \sigma_b}}$		7.31.34	I 62
c _h	Tykkelse af Betondæklag	8. 7.1		I 194
d d'	Træk- og Trykarmerings Afstande fra Tværsnittets Kanter	7.31.2 7.32.7		I 60 I 87
d _m	Fiktiv Tykkelse af Betontværsnit		2. 7.4	I 14
e	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Undersidearmring	7.32.9		I 93
e	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Tyngdepunktsaksen	7.49.2		I 163

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
e ₀	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Tværsnittets Midte	7.32.9		I 93
e ₁	e _{ap} - h _p		17. 4.11	III 45
e _b	Resulterende Betontrykspændings Momentarm i Forhold til Undersidearmring			I 80
e _c (e _{cp} & e _{c1})	Armeringens Excentriciteter i Forhold til det transformerede Tværsnits øvre Kernepunkt		17. 3.2 17. 3.4	III 28
e _{cN'} e _{cN}	Normalkraftens Excentricitet i Forhold til det transformerede Tværsnits øvre Kernepunkt	17. 3.2	17. 3.5 17. 3.6	III 29
e _p	Forspændingskraftens Excentricitet i Forhold til det transformerede Betonareals Tyngdepunkt		17. 5.1	III 61
e _{pc}	Forspændingskraftens Excentricitet i Forhold til det transformerede Tværsnits øvre Kernepunkt	17. 3.1		III 27
Δe	$\frac{M}{N_{ap}}$	17. 1.1		III 4
f	Relativ Fugtighed		2. 7.2	I 14
f	Nedbøjning		11.19	II 23
g	Hvilende, ensformigt fordelt Belastning pr. Arealenhed			I 206

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
h	Armeringens Nyttehøjde	7. 31. 2		I 60
h'	Afstanden mellem Over- og Undersidearmering	7. 32. 7		I 87
h_m	Den samlede Armerings Nyttehøjde		17. 2. 8	III 22
h_o	Flangetykkelse i T-Bjælke	7. 33. 1		I 117
h_o	Mindste Vægtykkelse for lukket, hult Tværsnit		10. 31. 3	II 5
h_p	Spændarmringens Nytte- højde	17. 2. 1	17. 2. 4	III 21
h_t	Totalhøjde af Betontvær- snit	7. 31. 2		I 60
h_1	Den ikke-forspændte Ar- merings Nyttehøjde	17. 2. 1	17. 2. 3	III 21
Δh	$h_1 - h_p$		17. 4. 13	III 45
i	Det transformerede Be- tontværsnits mindste Inertiradius		7. 51. 3	I 170
k	Friktionskonstant		14. 2. 4	II 44
k_s	$k + \mu \frac{\sigma}{s}$		14. 2. 4	II 44
l	Spændvidde			I 56
l	Index, der angiver Bidrag fra opbøjet Længdearme- ring			I 157
l	Fri Søjlelængde		7. 51. 1	I 170
l	Længden af Armerings- stang, der anvendes pr. Bøjle		17. 6. 1	III 73

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
l_{90}	Bøjlelængde for Normal- bøjler		17. 6. 3	III 73
l_d	Stødlængde	8. 3. 2		I 187
Δl	Revneafstand		15. 1	II 67
$\Delta \Delta l$	Flytning af Spændarme- ringen ved Forankringen (Laaseglidning)		14. 2. 1	II 43
l_x, l_y	Rektangulært Pladefelts Spændvidder		11. 6-7	II 19
m_x, m_y	Plades Bøjningsmomen- ter pr. Længdeenhed	11. 1		II 18
m_{xy}, m_{yx}	Plades Vridningsmomen- ter pr. Længdeenhed	11. 1		II 18
m_{x0}, m_{y0} m_1, m_2 m_3, m_4	Enhedsmoment-Konstan- ter		11. 6-9	II 19
n_p	$\frac{E_{ap}}{E'_b}$			III 45
n_1	$\frac{E_{a1}}{E'_b}$			III 45
p	Trykspænding i Forbin- delse med krum Arme- ring			I 194
p	Trækraft pr. Længde- enhed i T-Bjælke-Flange		7. 49. 1	I 163

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
p	Belastning pr. Arealenhed	11.1		II 18
p_n	Den nominelle Brudværdi for Plades Bæreevne			II 23
P_1 P_2	Maksimal og Minimalværdi af p		7.49.6 7.49.7	I 165 I 165
q	Bevægelig, ensformigt fordelt Belastning pr. Arealenhed		11.22	II 23
r	Krumningsradius	8. 7.1		I 194
r	Afstand fra Punkt 0 til Kurveelement ds	10.32.2		II 8
r_1 r_2 r_3 r_4	Reaktioner pr. Længdeenhed af Pladerand	11.2		II 20
s	Index, der angiver Bidrag fra Bøjler			I 157
s	Kurvelængde maalt langs Spændarmeringen		14. 2.4	II 44
ds	Kurveelement	10.32.2		II 8
s_o	Kurvelængden af den Del af Spændarmeringen, som paavirkkes af Laaseglidningen		14. 2.1	II 43
t	Betonens Alder i Døgn		2. 7.9	I 17
t	Afstand mellem Forskydningsarmeringsstænger		7.43.6	I 134
t	Afstand mellem Tværarmeringsstænger		8. 3.1	I 188

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
t	Bøjleafstand		10.33.10	II 12
t_a	Forskydningskraft pr. Længdeenhed		10.32.1	II 7
t_o	Given Værdi af t		2. 7.11	I 17
t_o, t_1	Bøjleafstande	9.2.6.1		I 214
t_f	Tiden i Døgn siden Belastningens Paaførelse		2. 8.9	I 22
t_r	Betonens Alder (Døgn) paa Belastningstidspunktet		2. 8.7	I 21
Δt	Antal Døgn med Middeltemperatur T		2. 8.8	I 22
v'	Afstanden mellem Bjælkeoverkant og den vandrette Tyngdepunktsakse		7.34.14	I 126
w	Revnevidde		15.1	II 67
w_o	Revnevidden for $\vartheta = 0$			III 55
x	Nulliniens Afstand fra Bjælkeoverkant	7.31.2		I 60
x	Afstand fra Bjælkeunderstøtning		7.43.2	I 132
y	Højde af Betontrykspændingszonen ved ensformig Spændingsfordeling	7.32.1g		I 67
y	Afstand fra vandret Tyngdepunktsakse		7.41.1	I 128

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
γ_N	Forspændingskraftens Excentricitet			II 46
$\Delta\gamma_N$	Ændring af γ_N			II 46
z	Afstand mellem N_a og N'_b		7.43.1	I 132
z_p	Momentarm (ved Brud) for Spændarmering		17. 1.1	III 6
z_1	Momentarm (ved Brud) for ikke-forspændt Armering		17. 1.1	III 6
\emptyset	Jerndiameter	8. 3.1		I 186
\emptyset	Tværarmeringens Diameter			I 188
\emptyset_p	Spændarmeringens nominelle Diameter		17. 4.1	III 42
\emptyset_1	Den ikke-forspændte Armerings nominelle Diameter		17. 4.1	III 42
α	Betonens Varmeudvidelseskoefficient			I 25
α	Reduktionsfaktor for Betontrykspænding	7.32.1		I 68
α	Vinkel mellem Forskydningsarmering og Tyngdepunktsakse		7.43.5	I 134
α	Faktor, der karakteriserer Armeringens Overfladeform			II 68

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
α_f	Udtryk for Krybnings og Svinds Afhængighed af Betontværsnittets Dimensioner		2. 8.1	I 19
α_r			2. 7.1	I 14
α_p	Faktor, der karakteriserer Spændarmeringens Overfladeform		17. 4.1	III 42
α_1	Faktor, der karakteriserer den ikke-forspændte Armerings Overfladeform		17. 4.1	III 42
β	$\frac{x}{h}$		7.31.2	I 60
β_f	Udtryk for Krybnings og Svinds Afhængighed af Vand-Cement-Forholdet		2. 8.1	I 19
β_r			2. 7.1	I 14
β_o	$n \Sigma \varphi \left(\sqrt{\frac{2}{n \Sigma \varphi} + 1} - 1 \right)$		17. 4.37	III 48
γ	$\frac{\sigma_a}{\sigma'_b}$		7.31.23	I 61
γ	Partialkoefficient			I 39
γ_a	Partialkoefficient for Armering		5.5	I 40
γ_b	Partialkoefficient for Beton svarende til dynamisk Belastning		5.7	I 41
γ_{bd}	Partialkoefficient for Beton svarende til dynamisk Belastning	2. 5.2		I 11
γ_g	Partialkoefficient for hvilende Belastning		5.2	I 39

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
γ_q	Partialkoefficient for bevægelig Belastning		5. 2	I 39
γ_i γ_o	Supplerende Partialkoefficienter		5. 11	I 44 I 42
δ	Variationskoefficient		5. 3	I 40
δ	$\frac{d'}{h}$		16. 1. 19	II 78
ϵ	Tøjning			
ϵ_a	Armeringens Tøjning regnet positiv som Forlængelse	3, 1, 1		I 27
ϵ'_a	Armeringens Tøjning regnet positiv som Forkortelse			I 80
$\epsilon_{a, \max}$	Maksimal Armeringstøjning			I 77
ϵ_{ao}	$\frac{\sigma_{a1}^*}{E_a}$	17. 2. 2	17. 2. 9	III 23
ϵ_{ap}	Tøjning i Spændarmering, naar den omgivende Beton er spændingsløs		17. 2. 4	III 21
ϵ_{apo}	$\frac{\sigma_{ap}^*}{E_a}$	17. 2. 2	17. 2. 10	III 23
ϵ_{a1}	Den ikke-forspændte Armerings Tøjning regnet positiv som Forlængelse	17. 2. 1	17. 2. 3	III 20

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
ϵ'_b	Betonens Tøjning regnet positiv som Forkortelse	2. 6. 1		I 12
ϵ'_f	Krybningstøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 8. 1	I 19
ϵ'_r	Svindtøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 7. 1	I 14
ϵ'_{rr}	Resterende Svindtøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 7. 11	I 17
ϵ'_{ro}	Svindtøjning for uarmeret Beton		16. 1. 36	II 80
ϵ'_{ro}	Uhindret, total Svindtøjning efter Betonens Afbinding			III 27
ϵ'_{rp}	Uhindret, resterende Svindtøjning efter Etablering af Forbindelse mellem Spændarmering og Beton			III 27
ϵ'_{bu}	Tværsnittets maksimale Værdi af ϵ'_b	7. 32. 1		I 68
$\Delta\epsilon_a$	Armeringens Tøjningstilvækst ud over den Tøjning, der svarer til, at Betonspændingen er lig med Nul		15. 1	II 67
$\Delta\epsilon_{ap}$	$\epsilon_a - \epsilon_{ap}$	17. 2. 1	17. 2. 4	III 21
ζ	Krybningens Afhængighed af Betonens Alder		2. 8. 1	I 19
ζ	Forankringsfaktoren			I 185

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
ζ	Empirisk Konstant i Deformations-Formel		16. 1.4	II 76
η	Talfaktor, der afhænger af Betonstyrken		7. 1.19	I 54
η	Ordinat i ξ - η Koordinat-system		7.31.7	I 56
η	$1 - \frac{1}{3}\beta$		7.31.19	I 61
η	$\frac{z}{h}$		16. 1.9	II 77
θ	Faktor, der benyttes ved Beregning af Fundamenter		9. 4.1	I 232
ϑ	Forspændingsgrad		17. 1.1	III 5
ϑ_1	Det fuldstændigt forspændte Tværsnits Forspændingsgrads nedre Grænse			III 40
κ	Den normerede Variable for Gauss' Fordelingslov		5.3	I 40
κ	$\eta(1 - \beta)$		16. 1.11	II 77
κ	Faktor, som benyttes ved Bestemmelse af a_t		10.33.9	II 11
κ	Konstant i Formel for dobbeltspændte Plader		11.9	II 19
κ	$\frac{l_{90}}{2a_1} - 1$	17. 6.1	17. 6.5	III 74
λ	Forkortelsessymbol		7.56.11	I 178

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
μ	$\frac{1}{2}\beta\eta$		7.31.29	I 62
μ	Friktionskoefficient		14. 2.4	II 44
μ_a	$\frac{\beta^2(3 - \beta)}{6(1 - \beta)}$		17. 4.39	III 49
ν	Poisson's Forhold			I 24
ω	$\frac{A'\sigma_a^*}{B\sigma_b^*}$		7.56.8	I 177
ω	$\frac{A'\sigma_a^*}{B\sigma_b^*}$		7.56.9	I 177
ω_0	Armeringsforholdet		2. 7.1	I 14
ω_{t0}	$\frac{A_t}{b_0 t \sin \alpha}$		7.43.7	I 134
ξ	Abscisse i ξ - η Koordinat-system		7.31.7	I 56
ξ	Forholdet mellem Momentet fra Langtidslast og Totalmomentet			I 176
ρ	Udtryk for Tidsforløb af Svind og Krybning		2. 7.1 2. 7.9 2. 8.1	I 14 I 17 I 19
ρ	$\frac{h_0}{h}$		16. 1.31	II 79
ρ	Spændarmeringens Krumningsradius			II 45

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
ρ	Konstant vedrørende Pladers Nedbøjning		11.19	II 23
σ^*	Nominel Brudspænding			I 40
σ_a	Armeringsspænding (regnet positiv som Træk)	3. 1.1		I 27
$\sigma_{a, \max}$ $\sigma_{a, \min}$	Øvre og nedre Værdi for σ_a		3. 4.1	I 36
σ_a^* σ_a^{**}	Nominel Træk- og Trykbrudspænding for Armering		5.5 5.6	I 40 I 40
$\sigma_a(10)$	Spænding i Armeringen svarende til $\epsilon_a = 10\%$ (evt. andre Talværdier)		7.32.5	I 86
$\bar{\sigma}_a$	Tilladelig Armeringspænding			I 62
σ_{ak} σ'_{ak}	Karakteristisk Træk- og Trykstyrke for Armering		5.5 5.6	I 40 I 40
σ_{am} σ'_{am}	Middelværdi af Træk- og Trykstyrke for Armering	3.22.2		I 34
σ_{ao}	$\frac{N_{ao}}{A}$		14. 2.11	II 45
σ_{ao}^*	Udsvingsstyrken for Armering		3. 4.1	I 36
σ_{ap}^*	Nominel Spænding (ved Brudmoment) i Spændarmering		17. 1.1	III 6

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
σ_{app}	Den til σ_{bp} og τ_{bp} svarende Spænding i Spændarmeringen		17. 1.2	III 7
σ_{appo}	Spændingen i Spændarmeringen i Dekompressionsstilstanden		17. 1.2	III 7
σ_{a1}^*	Nominel Spænding (ved Brudmomentet) i ikkeforspændt Armering		17. 1.1	III 6
σ_{a1p}	Den til σ_{bp} og τ_{bp} svarende Spænding i den ikkeforspændte Armering		17. 1.2	III 7
σ_{a1po}	Spændingen i den ikkeforspændte Armering i Dekompressionstilstanden		17. 1.2	III 7
$\Delta\sigma_{app}$	$\sigma_{appo} - \sigma_{app}$		17. 1.2	III 7
$\Delta\sigma_{a1p}$	$\sigma_{a1po} - \sigma_{a1p}$		17. 1.2	III 7
σ'_b	Betontrykspænding			I 9
$\sigma'_{b, \max}$ $\sigma'_{b, \min}$	Maksimal og minimal Betontrykspænding ved Udmattelsespaavirkning	2. 5.1	2. 5.1	I 10
σ'_{b2}	Betontrykspænding svarende til p_2		7.49.8	I 165
σ_b^* , σ_b^{**}	Nominel Træk- og Trykbrudspænding for Beton		5. 7	I 41
$\bar{\sigma}'_b$	Tilladelig Betontrykspænding			I 62

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\Delta\sigma'_b$	Spring i Betonspændingen			I 22
σ_{bk} σ'_{bk}	Karakteristisk Træk- og Trykstyrke for Beton		5. 8 5. 7	I 41
σ_{bm}	Middelværdi af Betonens Trækbrudspænding			II 10
σ_{bp}	Normalspænding i Betonen hidrørende fra Forspændingen og Betonens eventuelle Svind			III 7
σ_{br}	Betontrækstyrke (Bøjningstrækstyrke)			I 7
σ'_{br}	Betontrykstyrke (Cylinderstyrke)		2. 2.1	I 6
$\sigma'_{br, 28}$	Cylinderstyrken efter 28 Døgn		2. 2.1	I 6
σ_{b1}	σ_1 Hovedspænding i Beton		7. 41. 8	I 130
σ_{b2}	$-\sigma_2$ Hovedspænding i Beton		7. 41. 9	I 130
σ'_{jm}	Middelcylinderstyrke efter j Døgn		2. 6.1	I 13
σ_m	Middelværdi af Styrke			I 40
σ_R	Karakteristisk Styrke		5. 3	I 40
σ^*_t	Nominal Spænding i Forskydningsarmering		7. 43. 6	I 134

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
σ_x, σ_y	Normalspændinger i to paa hinanden vinkelrette Snit			I 130
σ'_o	Betonens Middeltrykspænding i Normalsnittet fremkaldt af Forspændingen		14. 42. 3	II 55
$\sigma_{o, 2}$	Armeringsspænding svarende til 0,2% blivende Forlængelse			I 26
σ_1, σ_2	Hovedspændinger		7. 41. 3	I 130
τ	Forskydningspænding		7. 41. 3	I 130
τ_b	Forskydningspænding i Beton		7. 41. 2	I 128
τ_{bp}	Forskydningspænding i Betonen hidrørende fra Forspændingen og Betonens eventuelle Svind			III 7
τ_{xy}, τ_{yx}	Forskydningspændinger			II 19
τ_o	Forskydningspænding optaget af Betonen		7. 47. 2	I 156
τ_1, τ_2, τ_3	Forskydningspænding i faste Punkter		9. 2. 6. 1	I 214
φ	Vinklen mellem Hovedsnittene og Snittene med Spændingerne σ_x og σ_y		7. 41. 4	I 130
φ	$\frac{A}{bh}$		7. 31. 21	I 61
φ'	$\frac{A'}{bh}$		16. 1. 18	II 78

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
φ	Summen af de (numeriske) Vinkler, som Spændarmeringen er krummet mellem Opspændingspunktet og det betragtede Punkt		14. 2. 4	II 44
φ_0	Udtryk for Krybnings Afhængighed af den relative Fugtighed		2. 1. 8	I 19
χ	$\frac{2hN_{ap}}{3M}$ (relativ Forspænding)		17. 4. 32a	III 48
ψ	Udtryk for Svindets Afhængighed af den relative Fugtighed		2. 7. 1	I 14
ψ	Forholdet mellem nødvendig Bøjlearmeringsmængde med Bøjlevinkel α og Bøjlevinkel 90°	17. 6. 1	17. 6. 8	III 74

17. DELVIS FORSPÆNDING

I BK II, Kapitel 14 er gjort Rede for nogle Forhold vedrørende delvis Forspænding. I nærværende Kapitel gives en supplerende Redegørelse for de væsentligste Problemer, der knytter sig til delvis forspændte Betonkonstruktioner.

17.1 INDLEDNING

Uarmerede Betonkonstruktioner, armerede Betonkonstruktioner uden Forspænding ("Jernbeton"), delvis forspændte Betonkonstruktioner og fuldstændigt forspændte Betonkonstruktioner ("Spændbeton") er en Række mere eller mindre specielle Typer af Betonkonstruktioner.

Der er jævne Overgange mellem disse forskellige Konstruktionsformer, og de bør betragtes som Dele af en Helhed under Fællesbetegnelsen Betonkonstruktioner.

For delvis forspændte Betonkonstruktioner maa Revner antages at optræde under Brugslast. Dette medfører, at Superpositionsloven ikke kan anvendes ved Spændingsberegning i Brugsstadiet (som f. Eks. for fuldstændigt forspændte Konstruktioner), fordi Nulliniedybden x og dermed det effektive Tværsnit varierer med Belastningen. I denne Henseende adskiller delvis forspændt Beton sig ikke principielt fra armeret, ikke-forspændt Beton.

Fordele og Ulemper ved Anvendelse af delvis Forspænding er omtalt i BK II, Afsnit 14.1. Her skal endnu nævnes et Par Forhold, som kan være af Betydning.

Ved Langtidsbelastning af delvis forspændte Betonkonstruktioner er Trykspændingerne i den Beton, som omgiver Spændarmeringen, ofte mindre end ved fuldstændigt forspændte Betonkonstruktioner. Dette medfører, at Krybningen mindskes, og derved opnaas en fordelagtig Reduktion af Spændingstabet i Spændarmeringen.

Betontrykspændinger fremkaldt af Forspændingen kan være dimensionsbestemmende for Betontværsnittet. Opspændingssituationen er her almindeligvis afgørende, idet denne normalt svarer til baade minimalt Spændingstab og Minimum af det Bøjningsmoment, som Tværsnittet forspændes mod. Ved delvis Forspænding kan i saa Fald

opnaas en Reduktion af den Del af Betontværsnittet, som omgiver Spændarmeringen, f.Eks. for T- eller I-Profilen forspændt til Optagelse af positivt Moment en Reduktion af Kropbredde, henholdsvis Underflange. En saadan Reduktion opnaas dog kun paa Bekostning af det ovennævnte reducerede Spændingstab hidrørende fra Krybning.

17.1.1 Kombineret Armering

Ved Beregning af fuldstændigt forspændte Betonkonstruktioner ses almindeligvis bort fra den ikke-forspændte Armerings Bidrag.

For armerede, ikke-forspændte Tværsnit forudsættes Hovedarmeringen almindeligvis ogsaa kun at bestaa af én Armeringstype.

Delvis forspændte Konstruktioner med en Kombination af forspændt og ikke-forspændt Armering maa - som nævnt i BK II, Afsnit 14.1 - forventes at finde øget Anvendelse. De to Armeringstyper, som indgaar i en saadan kombineret Armering, kan have helt forskellige Arbejdslinier. Der maa i Beregningerne tages Hensyn til dette Forhold og til Spændarmeringens Forhaandstøjning, hvilket kræver Beregningsmetoder, som afviger fra de for ikke-forspændte og fuldstændigt forspændte Konstruktioner angivne.

17.1.2 Forspændingssnitkræfter og Egenspændinger

Forspænding kan betragtes som en Forhaandsbelastning af Konstruktionen. Denne Belastning medfører Snitkræfter, som her vil blive betegnet Forspændingssnitkræfter.

Den af Forspændingen fremkaldte Forhaandsbelastning omfatter de Kræfter, hvormed Spændarmeringen paavirker Betonen dels ved Forankringerne, dels langs Spændarmeringen. Sidstnævnte Kræfter kan omfatte dels Friktionskræfter i Retning af Armeringens Tangent (ved efterspændt Armering), dels Kræfter vinkelret paa Armeringen (ved krumliniet Armering) rettet mod Krumningscentret.

Forspænding er en Belastning af lignende Karakter som hvilende Belastning. Man har Mulighed for at afpasse Forspændingsbe-

lastningen saaledes, at ønskede Virkninger opnaas - f.Eks. Forebyggelse af Revner, Reduktion af Revnevidder, Modarbejdelse af Deformationer eller Forebyggelse af Udmattelsesbrud. Forspændingen har derimod ret uvæsentlig Indflydelse paa Konstruktionens nominelle Brudlast (se Afsnit 17.2).

Ved Opspændingen paaføres Spændarmeringen en Forhaandstøjning. Senere antages etableret Forbindelse mellem Spændarmering og omgivende Beton. For efterspændt Beton sker dette ved Injektion af Spændarmeringskanalerne og for for-opspændt Beton ved Betonens Afbinding.

Da der saaledes er Forskel mellem Spændarmeringens og den omgivende Betons Tøjning, har Spændingsfordelingen i et vilkaarligt Normalsnit Karakter af en Egenspændingstilstand.

Betonens Svind og Krybning og Armeringens Relaksation influerer paa Egenspændingerne.

Et vilkaarligt Normalsnit er paavirket af Snitkræfter fremkaldt af Belastningsbidrag saasom f.Eks. hvilende og bevægelig Last, Forspænding, Svind og Temperaturvariationer.

For statisk bestemte Konstruktioner er Forspændingssnitkræfterne lig med Nul, da de Kræfter, hvormed Spændarmeringen paavirker Betonen, danner et Kraftsystem i Ligevægt (sammenlign SB, Afsnit 2.13).

For statisk ubestemte Konstruktioner omfatter de fra Forspændingen hidrørende Spændinger to Bidrag, hvoraf det ene svarer til Forspændingssnitkraften, og det andet stammer fra, at Normalsnitets Spændingsfordeling har Karakter af en Egenspændingstilstand.

For statisk bestemte Konstruktioner er den samlede Resultant af Spændingerne i Beton og Armering i et vilkaarligt Normalsnit lig med Nul, d.v.s. Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen og Resultanten af Spændingerne i Beton og ikke-forspændt Armering angriber i samme Linie, er lige store og modsat rettede. Kendes Størrelse og Retning af samt Angrebspunkt for Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen, kan Betonens Normal- og Forskydningsspændinger samt den ikke-forspændte Armerings Spændinger derfor beregnes som for et ikke-forspændt Betontværsnit paavirket af en Kraft sammenfaldende med og af Størrelse som denne Resultant, men med

modsat Fortegn.

Statisk ubestemte Konstruktioner udgør et mere generelt Tilfælde, som kan betragtes som omfattende de statisk bestemte Konstruktioner som specielle Grænsetilfælde.

I statisk ubestemte Spændbetonkonstruktioner optræder som ovenfor nævnt Forspændingssnitkræfter, som bidrager til Normalsnittets Bøjningsmoment, Normalkraft og Forskydningskraft.

Ofte er Bidragene til Normalkraften og Forskydningskraften uvæsentlige. I saa Fald faar kun Bidraget til Bøjningsmomentet Betydning for Normalsnittets Betonspændinger. Da dette Momentbidrag kan ækvivaleres med et Kraftpar, for hvilket den ene Kraft har samme Størrelse, Angrebslinie og Retning som Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen, svarer Momentbidraget til en Parallelforskydning af denne Kraft, d.v.s. til, at Forspændingskraftens Angrebspunkt ændres. Dette ændrede Angrebspunkt er sammenfaldende med Angrebspunktet for Resultanten af Spændingerne i Beton og ikke-forspændt Armering.

De ovenfor anførte Principper er illustreret i Fig. 17.1.1.

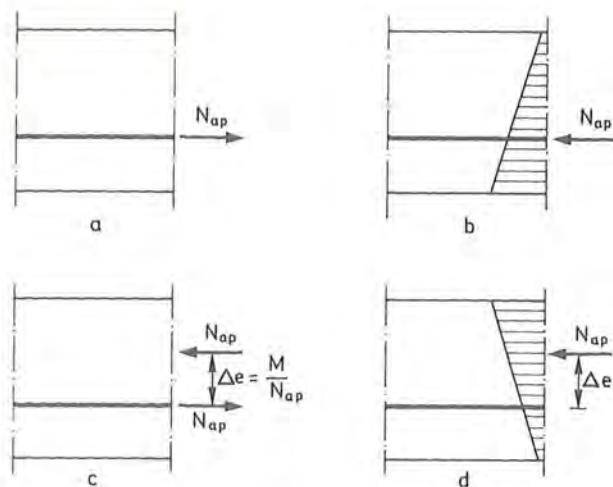


Fig.17.1.1

For Overskuelighedens Skyld ses her bort fra ikke-forspændt Armering.

For en statisk bestemt Konstruktion (Fig. 17.1.1 a) er Forspændingssnitkræfterne lig med Nul. Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen er N_{ap} . Resultanten af de af Forspændingen fremkaldte Betonspændinger (Fig. 17.1.1 b) har samme Størrelse og Angrebslinie, men modsat Fortegn. Disse Betonspændinger kan beregnes ved at betragte Betontværsnittet som paavirket af den i Fig. 17.1.1 b viste Kraft N_{ap} .

Hvis Forspændingssnitkraften i et Tværsnit i en statisk ubestemt Konstruktion svarer til et Bøjningsmoment M , kan dette ækvivaleres med et Kraftpar, for hvilket den ene Kraft har samme Størrelse, Angrebslinie og Retning som Resultanten N_{ap} af Spændingerne i Spændarmeringen (Fig. 17.1.1 c). Betonspændingerne fremkaldt af Forspændingen kan beregnes ved Superposition, d.v.s. ved at betragte Betontværsnittet som paavirket af Summen af de i Fig. 17.1.1 b og 17.1.1 c angivne Kræfter. Dette svarer til, at Betontværsnittet er paavirket af den i Fig. 17.1.1 d viste Kraft N_{ap} , hvis Afstand fra Spændarmeringen er

$$\Delta e = \frac{M}{N_{ap}}$$

17.1.3 Forspændingsgrad

Et forspændt Tværsnit kan karakteriseres ved dets Forspændingsgrad ϑ , som her skal defineres som Forholdet mellem Spændarmeringens og den samlede Trækarmringens Bidrag til Optagelse af det nominelle Brudmoment.

Forspændingsgraden i Henhold til denne Definition bestemmes af følgende Udtryk:

$$\vartheta = \frac{z_p A_p \sigma_{ap}^*}{z_p A_p \sigma_{ap}^* + z_1 A_1 \sigma_{a1}^*} \quad (17.1.1)$$

Her betegner:

- z Momentarm ved Brud for Spændarmering (z_p) og ikke-forspændt Armering (z_1).
- A Tværsnitsareal af Spændarmering (A_p) og ikke-forspændt Armering (A_1).
- σ_a^* Nominel Spænding ved Brudmoment i Spændarmering (σ_{ap}^*) og i ikke-forspændt Armering (σ_{a1}^*).

I Henhold til den her indførte Definition af Forspændingsgraden ϕ er denne uafhængig af den Forhaandsspænding, som Spændarmering er opspændt til.

Almindeligvis vil Forspændingsgraden i Henhold til ovenstaaende Definition variere med Retningen af Tværnittets Momentvektor og derfor med Momentets Fortegn.

Bøjningsmomentet under Brugslast for et givet forspændt Tværnsnit kan vælges vilkaarligt inden for visse Grænser, og Størrelsen af dette Moment er uden Indflydelse paa visse af Konstruktionens karakteristiske Egenskaber saasom nominel Brudlast og Revnelast.

Forspændingsgraden er derimod uafhængig af Brugslasten og kun afhængig af Tværnittets Dimensioner og Materialeegenskaberne. Konstruktionens mekaniske Egenskaber - Revnelast, Revnevidde, Deformationer, Udmattelsesstyrke etc. - varierer med Forspændingsgraden.

Forspændingsgraden er derfor en Størrelse, som er egnet til at karakterisere et Tværsnits mekaniske Egenskaber.

I BKII, Afsnit 14.1, er Konstruktioner med fuldstændig Forspænding karakteriseret ved, at Betonens Trækstyrke ikke overskrides under Brugslasten. Dette indebærer, at Kriteriet for fuldstændig Forspænding er knyttet til Størrelsen af Brugslasten. Man kan derfor ikke uden Kendskab til Brugslasten afgøre, om et Tværnsnit er fuldstændigt forspændt.

17.1.4 Dekompressionstilstand

For et delvis forspændt Betontværsnit betegnes de fra Forspændingen og Betonens eventuelle Svind hidrørende Normal- og Forskydningsspændinger i Betonen σ_{bp} og τ_{bp} og de tilsvarende Normal-spændinger i Spændarmeringen og den ikke-forspændte Armering σ_{app} og σ_{a1p} .

Tænkes Tværnittet desuden paavirket af en fiktiv Kraft N_{apo} af en saadan Størrelse og Retning og med et saadant Angrebepunkt, at de resulterende Normal- og Forskydningsspændinger i Betonen overalt bliver lig med Nul, vil Tværnittet være ækvivalent med et tilsvarende svindfrit, ikke-forspændt, armeret Betontværsnit med visse Modifikationer, som omtales nedenfor.

Spændarmeringen og den ikke-forspændte Armering har i denne fiktive Situation - Dekompressionstilstanden - Forhaandsspændingerne

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{appo} &= \sigma_{app} + \Delta\sigma_{app} \\ \sigma_{a1po} &= \sigma_{a1p} + \Delta\sigma_{a1p} \end{aligned} \right\} \quad (17.1.2)$$

hvor $\Delta\sigma_{app}$ og $\Delta\sigma_{a1p}$ betegner de Spændingsændringer, som den fiktive Kraft N_{apo} fremkalder i Spændarmeringen og i den ikke-forspændte Armering.

Det delvis forspændte Tværsnits Forhold - d. v. s. Spændinger, Revnevidder, Deformationer etc. - kan beregnes som for det tilsvarende ikke-forspændte Tværnsnit, idet følgende Forhold tages i Betragtning:

Tværnittet betragtes som paavirket af en Snitkraft svarende til Summen af dets faktiske Snitkraft og en Kraft med samme Størrelse, Retning og Angrebepunkt som den ovennævnte fiktive Kraft N_{apo} , men med modsat Fortegn.

Armeringen regnes at svare til den samlede Armering, d. v. s. Spændarmering og ikke-forspændt Armering.

Ved Beregning af Tværnittets Spændinger ses ved Opstilling af Ligevægtsligningerne bort fra Bidrag fra σ_{appo} og σ_{a1po} , hvori- mod der tages Hensyn til de tilsvarende Forhaandstøjninger, naar

Armeringernes Spændingstilvækster bestemmes af de respektive Spændings-Tøjningsrelationer. Naar Tværsnittets Spændinger er bestemt paa denne Maade, findes de faktiske Spændinger i Armeringerne ved Superposition, d. v. s. ved at addere Forhaandsspænding og Spændingstilvækst.

Spændingsændringerne $\Delta\sigma_{app}$ og $\Delta\sigma_{a1p}$ i Ligning (17.1.2) er ofte saa uvæsentlige, at man tilnærmelsesvis kan regne:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{appo} &\approx \sigma_{app} \\ \sigma_{a1po} &\approx \sigma_{a1p} \end{aligned} \right\} \quad (17.1.3)$$

For statisk bestemte Konstruktioner svarer Størrelse, Retning og Angrebepunkt for den fiktive Kraft N_{apo} tilnærmelsesvis til Størrelse, Retning og Angrebepunkt for Resultanten af Spændingerne σ_{appo} i Spændarmeringen. For statisk ubestemte Konstruktioner vil dette derimod i Reglen ikke være Tilfældet.

At Reglen for statisk bestemte Konstruktioner kun er tilnærmelsesvis opfyldt skyldes Spændingsomlejringer hidrørende fra Betonens Svind og Krybning.

17.1.5 Klassifikation af Betonkonstruktioner

Det kan i visse Sammenhæng være formaalstjenligt at gruppere Betonkonstruktioner efter deres Tilbøjelighed til Revnedannelse under Brugsbelast, Revnevidder etc. Herved opnaas en Mulighed for at kunne henvise til Konstruktioner med beslægtede karakteristiske Egenskaber ved at referere til den paagældende Gruppe eller Klasse.

CEB-FIP's Rekommandationer, 1970 [70-1] opdeler Betonkonstruktioner i fire Klasser, som kort kan karakteriseres saaledes:

Klasse I:

Betontrækspændinger optræder ikke for nogen Belastningskombination i Brugsstadiet.

Klasse II:

Betonens Trækstyrke overskrides ikke for nogen Belastningskombination i Brugsstadiet, og Betontræk-

spændinger optræder ikke for Langtidslast.

Klasse III:

Betonkonstruktioner med kombineret Armering, Krav med Hensyn til maksimal Revnevidde. For Langtidslast kræves, at Betonens Trækstyrke ikke overskrides - eventuelt, at Betontrækspændinger ikke forekommer.

Klasse IV:

Betonkonstruktioner uden Forspænding. Krav med Hensyn til maksimal Revnevidde.

Denne Klassifikation skal ikke opfattes som en Kvalitets-Klassifikation. Det Milieu, som Konstruktionen vil komme ud for - tør, fugtig eller aggressiv Atmosfære (se BKII, Kapitel 15) - kan dog være afgørende for Valg af Klasse. Det samme gør sig gældende, hvis der stilles Krav om Sikkerhed mod Gennemsvivning af Vædsker - f. Eks. for Beholdere og Tanke.

Angaaende Revnevidder henvises til Afsnit 17.4.

Ogsaa Hensyn til Deformationer eller Udmattelse kan motivere Anvendelse af Forspænding og saaledes blive bestemmende for, hvilken Klasse Konstruktionen kommer til at tilhøre. Disse Spørgsmaal er behandlet i Afsnit 17.5 (Deformationer) og Afsnit 17.7 (Udmattelsespaavirkning).

17.1.6 Statisk ubestemte Konstruktioner

17.1.6.1 Brugsstadiet

For delvis forspændte Konstruktioner maa Revner antages at optræde under Brugsbelast. Dette har Indflydelse paa Konstruktionens Stivhed og dermed paa Snitkraftfordelingen i statisk ubestemte Konstruktioner. Almindeligvis ses dog bort fra dette Forhold. Herved undgaas en væsentlig Komplikation af Beregningerne. Den Tilnærmelse, der begaas ved at regne Konstruktionens Stivhedsforhold svarende til det urevnede Stadium, anses for at give en for praktisk Dimensionering tilstrækkelig Nøjagtighed. En tilsvarende Tilnærmelse

anvendes ved armerede Betonkonstruktioner uden Forspænding.

I SB, Afsnit 2.16.3 og 2.22, BKII, Afsnit 14.3 og SBB, Eksempel 16-18, er redegjort for Virkningen af Forspænding i statisk ubestemte Betonkonstruktioner og for Begrebet lineær Transformation af Forspændingen.

Ved delvis forspændte Konstruktioner har Forspændingen principielt samme Indflydelse paa Konstruktionens mekaniske Egenskaber som ved fuldstændigt forspændte Konstruktioner bortset fra, at Revnedannelse i Brugsstadiet ikke er forebygget.

Det, der er anført i BKII, Afsnit 14.3.1, som gældende for det urevnede Stadium, ses at kunne udvides til at gælde Brugsstadiet.

De Konklusioner, der blev draget med Hensyn til Virkningen af Ændringerne Δy_p af Spændarmeringens Tyngdepunktslinie ved en lineær Transformation af Forspændingen, kan i Forbindelse med det i Afsnit 17.1.2 definerede Begreb Forspændingssnitkræfter udtrykkes saaledes:

For kontinuerlige Bjælker paa faste Understøtninger og for Rammer med fast Knudepunktfigur og faste Understøtninger vil de Ændringer af Forspændingssnitkræfterne, som opstaar i Brugsstadiet ved en lineær Transformation af Forspændingen, kompenseres af de tilsvarende Ændringer af Spændarmeringens Tyngdepunktslinie, forudsat at Transformationen ikke omfatter statisk bestemte Dele af Konstruktionen eller Forankringer - bortset fra Forankringer ved faste Indspændinger.

Eksempler paa Beregning af statisk ubestemte Spændbetonkonstruktioner er anført i BKII, Afsnit 14.3 og i SBB (Eksempel 12-14 og 16-18).

For symmetriske Rammer med bevægelig Knudepunktfigur (Fig. 17.1.2) vil en lineær Transformation af den i BKII, Afsnit 14.3.1 definerede Art ligesom ved Rammer med fast Knudepunktfigur svare til, at der indføres Knæk i Spændarmeringens Tyngdepunktskurve ved nogle Knudepunkter, hvorved der her opstaar Enkeltkræfter. Hvis den lineære Transformation opfylder Rammens Symmetri, vil disse Kræfter kunne optages af Rammens Knudepunktfigur under Forudsætning af, at symmetriske Knudepunkter, hvor Vinkeldrejninger af Spændarmeringen forekommer, er indbyrdes direkte forbundne med

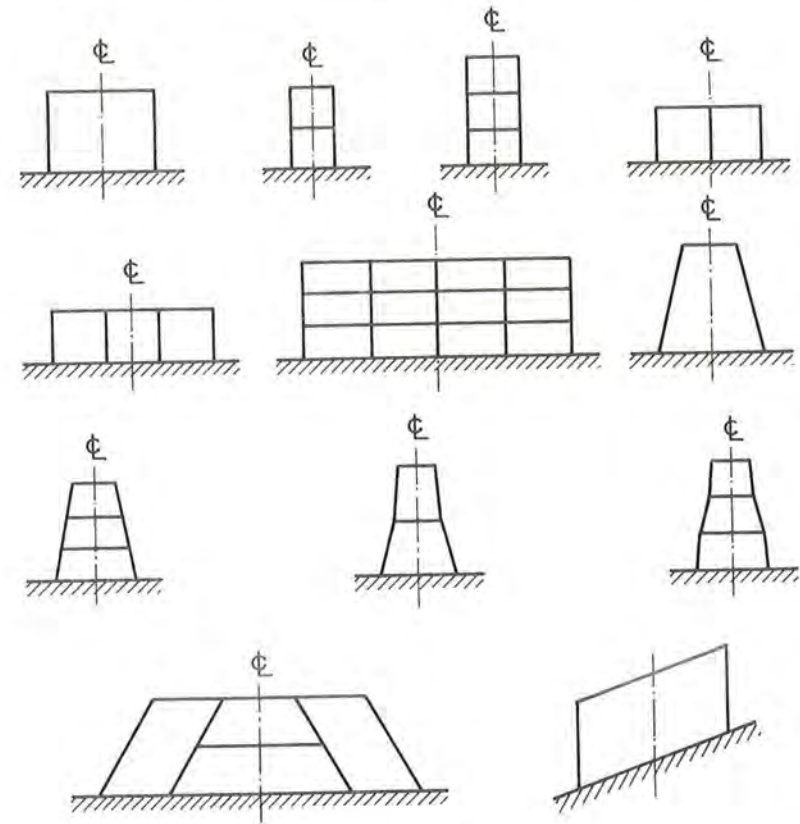


Fig.17.1.2

Stænger (Bjælker) i Rammens Symmetriretning. I saa Fald har Transformationen derfor ingen Indflydelse paa Momentfordelingen, d.v.s.

For symmetriske Rammer med faste Understøtninger har en lineær Transformation af Forspændingen af den i BKII, Afsnit 14.3.1 definerede Art, som opfylder Rammens Symmetri og ikke omfatter statisk bestemte Dele af Konstruktionen eller Forankringer - bortset fra Forankringer ved faste Indspændinger - ingen Indflydelse paa Konstruktionens Momentfordeling i Brugsstadiet, hvis symmetriske Knudepunkter, hvor Vinkeldrejninger af Spændarmeringen forekommer, er indbyrdes direkte forbundne med Stænger i Rammens Symmetriretning.

For de i Fig. 17.1.3 viste Rammer, som ikke opfylder ovenstaaende Betingelse for en vilkaarlig, symmetrisk, lineær Transformation af Forspændingen, ses en saadan at kunne faa Indflydelse paa Momentfordelingen. Dette hænger sammen med, at de tilsvarende Knudepunktsfigurer kan undergaa symmetriske Mekanisme-Bevægelser (vist punkteret).

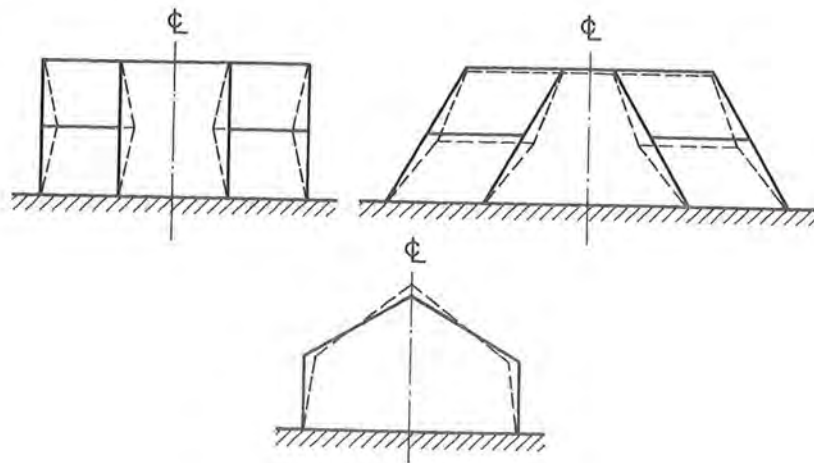


Fig. 17.1.3

For Rammer med bevægelig Knudepunktsfigur vil en vilkaarlig, lineær Transformation af Forspændingen almindeligvis medføre en Ændring af Momentfordelingen i Brugsstadiet. Betragtes eksempelvis den i Fig. 17.1.4 viste Ramme med retliniet Spændarmering i Søjler og Bjælke, vil en lineær Transformation af den i Figuren med punkteret Linie antydede Art svare til, at de Kræfter, hvormed Spændarmeringen paavirker Betonkonstruktionen, øges med de viste tre Enkeltkræfter. Kraften i højre, øverste Hjørne ses at fremkalde Bøjningsmomenter i Rammen.

Hvis der i en kontinuerlig Bjælke forekommer et Charnier mellem to Understøtninger, maa Spændarmeringen fra begge Sider forudsættes forankret ved Charnieret. I saa Fald kan Reglerne ved-

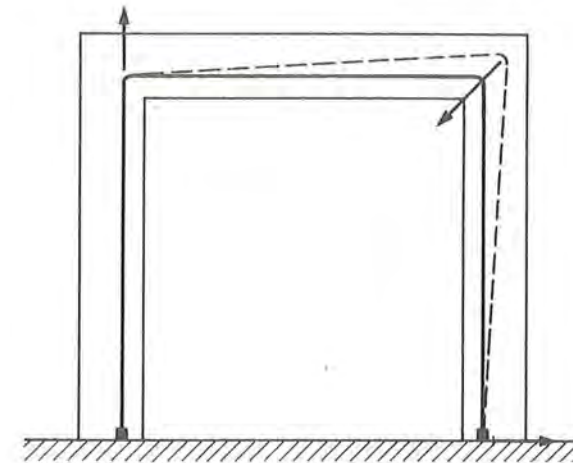


Fig.17.1.4

rørende lineær Transformation ikke anvendes, da disse forudsætter dels Linearitet af Transformationen mellem to Nabounderstøtninger, dels Bibeholdelse af Forankringernes Placering, og disse to Krav er her i indbyrdes Modstrid.

Hvis der i en Ramme forekommer et Charnier mellem to Knudepunkter, ses Reglerne vedrørende lineær Transformation af tilsvarende Aarsag at være uanvendelige.

17.1.6.2 Brudstadiet

For et givet Tværsnit i en Betonkonstruktion afhænger det nominelle Flydemoment af Spændarmeringens Tværsnitsareal, nominelle Flydespænding og Placering (Momentarm). Indflydelsen af Armeringens Forhaandsspænding paa Flydemomentet er derimod kun af sekundær Betydning. Dette fremgaar af de i Afsnit 17.2 i Forbindelse med nominelt Brudmoment anførte Ræsonnementer.

For kontinuerlige Bjælker og plane Rammer af armeret, ikke-forspændt Beton bestemmes den nominelle Flydelast i Reglen un-

der den forenkende Forudsætning, at Tværsnittenes Moment-Krumnings-Relation svarer til stiv-idealplastisk Opførsel.

For forspændte Konstruktioner kan den samme Tilnærmelse benyttes.

I en Beregning af en kontinuerlig Bjælkes eller plan Rammes nominelle Flydelast under proportional Belastning indgaar Størrelsen af de nominelle Flydemomenter; men Flydelasten er uafhængig af de Bøjningsmomenter, som tidligere har optraadt i Konstruktionen (uafhængig af Konstruktionens Belastningshistorie). Ekstrapaavirkninger hidrørende fra Svind, Temperaturvariationer, Understøtningsflytninger etc. har derfor ingen Indvirkning paa Flydelasten. De i Afsnit 17.1.2 definerede Forspændingssnitkræfter har samme Karakter som disse Ekstrapaavirkninger, og Flydelasten er derfor ogsaa uafhængig af Forspændingssnitkræfterne.

Af ovenstaaende Redegørelse konkluderes:

For kontinuerlige Bjælker og plane Rammer er Flydelasten ved proportional Belastning uafhængig af den Forhaandsspænding, man har givet Spændarmeringen.

En lineær Transformation af Forspændingen svarer til en Flytning af Spændarmeringen eller af en Del af Spændarmeringen. Dette medfører Ændringer i Tværsnittenes Flydemomenter. Ændringens Størrelse svarer til Produktet af Flytningen og den flyttede Armerings nominelle Flydekraft. For et givet Tværsnit er Ændringerne af de numeriske Værdier af det positive og det negative Flydemoment numerisk lige store, og de har modsat Fortegn. Ændringerne i Flydemoment mellem to Naboknudepunkter er en lineær Funktion af Afstandene til disse Knudepunkter.

En vilkaarlig, lineær Transformation kan opdeles i Elementer hvert omfattende to Nabobjælker, i hvis fælles Knudepunkt en Flytning af Spændarmeringen forekommer, medens der ikke foregaar nogen Flytning i Bjælkernes andre Endepunkter. Den samlede Virkning af en vilkaarlig Transformation kan findes ved Superposition af saadanne Elementar-Transformationer.

Virksomheden af en Elementar-Transformation paa en kontinuerlig Bjælke paa faste Understøtninger kan vurderes ved følgende Ræ-

sonnement:

Momentforløbet i en kontinuerlig Bjælke med vilkaarlig Belastning er illustreret i Fig. 17.1.5. Momenterne er angivet som Ordinattildifferencen mellem de krumme Momentkurver, der svarer til simpel Understøtning, og den knækkede, fuldt optrukne Slutlinie. Situationen antages at svare til, at Belastningen i Fag $n-1$, n netop har naaet Flydelasten.

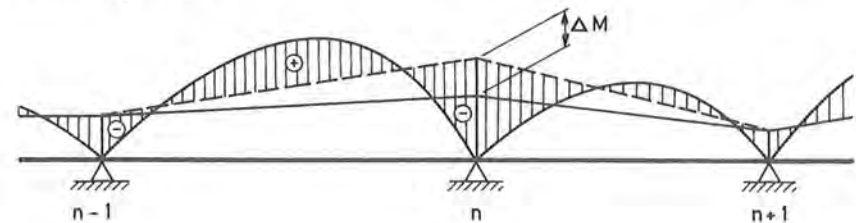


Fig. 17.1.5

Foretages en lineær Elementar-Transformation svarende til, at den numeriske Værdi af det negative Flydemoment ved Knudepunkt n øges med Størrelsen ΔM , vil Bjælkefaget kunne optage de med Skravering angivne negative og positive Momenter. Da dette saaledes repræsenterer et tilladeligt og statisk muligt Momentfelt, har Transformationen ikke medført nogen Reduktion af Flydelasten. At den heller ikke har medført nogen Øgning af Flydelasten, fremgaar af, at Momenterne før Transformationen svarede til Flydemomentet i tilstrækkeligt mange Punkter til, at der har kunnet dannes en Mekanisme, og dette vil derfor ogsaa være Tilfældet i de samme Punkter efter Transformationen.

Da en vilkaarlig, lineær Transformation kan dannes ved Superposition af Elementar-Transformationer, vil Flydelasten ikke ændres ved en vilkaarlig, lineær Transformation.

For Rammer med fast Knudepunktsfigur (Fig. 17.1.6) ses ovenstaaende Ræsonnement ogsaa at føre til, at Flydelasten ikke ændres ved en lineær Transformation.

For symmetriske Rammer med bevægelig Knudepunktsfigur (Fig. 17.1.7) ses ved et tilsvarende Ræsonnement, at en lineær Transformation, som opfylder Rammens Symmetri, ikke ændrer Flydelasten,

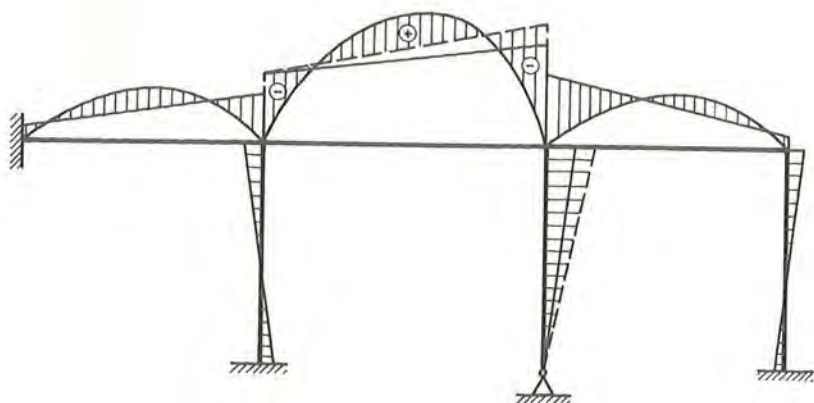


Fig. 17.1.6

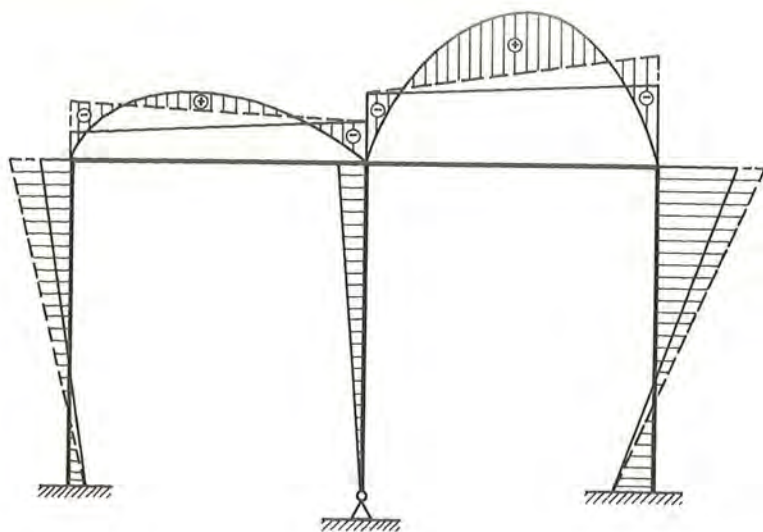


Fig. 17.1.7

hvis symmetriske Knudepunkter, hvor Vinkeldrejninger af Spændarmingen forekommer, er indbyrdes direkte forbundne med Stænger i Symmetriretningen.

Hvis Betingelsen - symmetriske Knudepunkter, hvor Vinkeldrejninger af Spændarmingen forekommer, er indbyrdes direkte forbundne med Stænger i Symmetriretningen - ikke er opfyldt, kan en symmetrisk, lineær Transformation medføre Ændring af Flydelasten.

Dette fremgaar af det i Fig. 17.1.8 viste Eksempel. Denne Ramme antages alene belastet med symmetrisk, lodret Last paa de to skraa Bjælker, og Momentforløbet ved Flydelasten er angivet med Skravering.

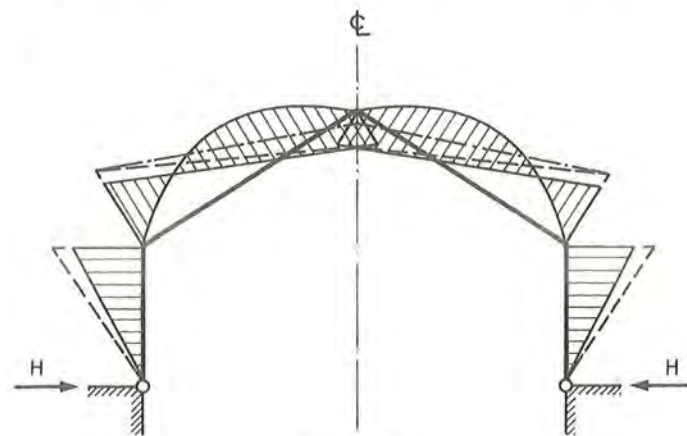


Fig. 17.1.8

En lineær Transformation af den med punkterede Linier antydede Karakter giver ikke Mulighed for en tilsvarende Flytning af Slutlinien, da dette forudsætter en Øgning af Horisontaltrykket H , hvilket vilde medføre en Ændring af Momentet ved Rammens Symmetrilinie (antydnet med stiplede Linier i Fig. 17.1.8). Det til denne Slutlinie svarende Momentfelt er statisk muligt. Derimod er det ikke sikkert, at det er tilladeligt, da de tilsvarende Momenter repræsenterer en Øgning af Bjælkernes negative Momenter, der er større end den, som den lineære Transformation betinger.

Hvis den lineære Transformation ikke opfylder Rammens Symmetri, kan den medføre Ændring af Flydelasten. Dette fremgaar af det i Fig. 17.1.9 viste Eksempel. Denne Ramme antages alene belastet af en symmetrisk Enkeltkraft.

En lineær Transformation af den med punkterede Linier antydede Art giver ikke Mulighed for en tilsvarende Flytning af Slutlinien, da dennes Ordinater maa være proportionale med Afstanden fra HORIZONTALREAKTIONEN H .

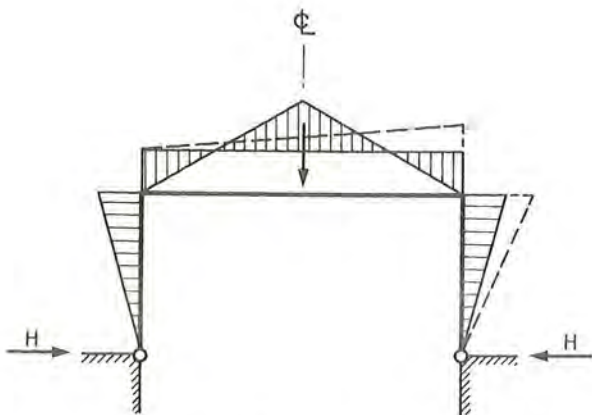


Fig. 17.1.9

17.1.6.3 Lineær Transformation

I SB, Afsnit 2.16.3 og 2.22, BKII, Afsnit 14.3, SBB, Eksempel 16-18 og ovenstaaende Afsnit 17.1.6.1 - 17.1.6.2 er gjort Rede for Virkningen af en lineær Transformation af Spændarmeringen.

Det har især Interesse at fastslaa de Tilfælde, hvor en lineær Transformation er uden Indflydelse i Brugs- og Brudstadiet. Det fremgaar, at de Tilfælde, hvor Brugsstadiet er upaavirket af Transformationen, er næsten sammenfaldende med de Tilfælde, hvor Brudstadiet er upaavirket deraf. En Undtagelse herfra udgør de Be-

tingelser, der med Hensyn til Brugsstadiet maa stilles dels om faste Understøtninger, dels om faste Indspændinger, ved hvilke Flytning af Forankringer forekommer. Disse Betingelser er overflødige for saa vidt angaar Brud- eller Flydelasten, hvis Konstruktionen forudsættes ideal-plastisk.

De fundne Resultater kan herudover sammenfattes i følgende Konklusion:

For kontinuerlige Bjælker paa faste Understøtninger og for Rammer med fast Knudepunktsfigur og faste Understøtninger har en lineær Transformation af Forspændingen, som ikke omfatter statisk bestemte Dele af Konstruktionen eller Forankringer - bortset fra Forankringer ved faste Indspændinger - ingen Indflydelse hverken paa Spændingerne i Brugsstadiet eller paa Bæreevnen (Flydelasten) ved proportional Belastning.

Det samme gælder for symmetriske Rammer med bevægelig Knudepunktsfigur og faste Understøtninger, hvis symmetriske Knudepunkter, hvor Vinkeldrejninger af Spændarmeringen forekommer, er indbyrdes direkte forbundne med Stænger i Rammens Symmetriretning.

17.2 NOMINEL BRUDLAST

Beregning af et delvis forspændt Tværsnits nominelle Brudmoment kan udføres i Overensstemmelse med de i BK I og SB angivne Principper under Hensyntagen til dels Forskel i Armeringstypernes Arbejdslinier, dels at man har givet Spændarmeringen en Forhaands-Tøjning, som her vil blive betegnet ϵ_{ap} (svarende til ϵ_{af} i SB).

Beregningen kan f. Eks. gennemføres ved at skønne de Spændinger σ_a^* , som optræder i de to Armeringstyper. Som første Skøn kan f. Eks. vælges Armeringernes nominelle Trækflydespændinger svarende til 0,2% blivende Forlængelse.

Herefter beregnes Trækspændingernes Resultant N_a af Udtrykket:

$$N_a = \Sigma A \sigma_a^* \quad (17.2.1)$$

hvor A betegner de individuelle Armeringstyperes Tværsnitsarealer, og den tilsvarende Resultant N_b^i af Betontrykspændingerne. For ren Bøjning er:

$$N_b^i = N_a \quad (17.2.2)$$

Er Tværnittet paavirket af en excentrisk Normalkraft N med givet Angrebepunkt og dens nominelle Brudværdi ønskes beregnet, kan den til N_a svarende Værdi af N_b^i bestemmes af Momentligevægten om N^i s Angrebepunkt, idet Afstanden mellem N og N_b^i skønnes.

Forudsættes ensformig Fordeling af Betontrykspændingerne σ_b^{t*} , kan Højden y af Betontrykzonen beregnes svarende til Værdien af N_b^i . Ved excentrisk Normalkraft kan den skønnede Afstand mellem N og N_b^i herefter om fornødent korrigeres.

Den tilsvarende Tøjning i den ikke-forspændte Armering er i Henhold til BK I, Ligning (7.32.45-46):

$$\epsilon_a = \epsilon_{a1} = \left(\frac{0,75}{\frac{y}{h_1}} - 1 \right) \epsilon'_{bu} \quad (17.2.3)$$

hvor

$$\epsilon'_{bu} = 3,5 \text{ ‰}$$

og h_1 angiver den ikke-forspændte Armerings Nyttelhøjde (se Fig. 17.2.1).

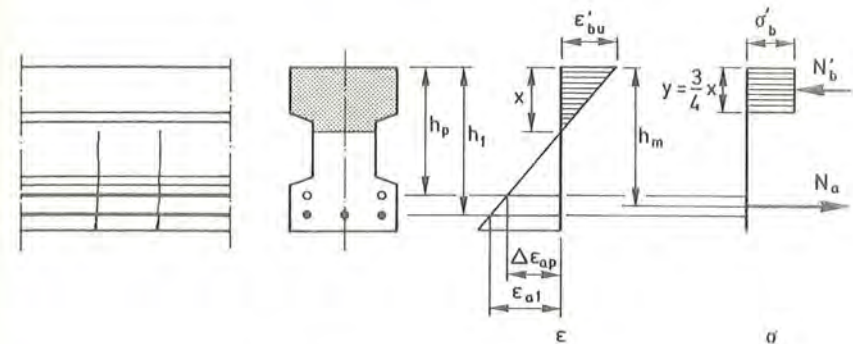


Fig. 17.2.1

For Spændarmeringen med Nyttelhøjde h_p er

$$\epsilon_a = \epsilon_{ap} + \Delta \epsilon_{ap} = \epsilon_{ap} + \left(\frac{0,75}{\frac{y}{h_p}} - 1 \right) \epsilon'_{bu} \quad (17.2.4)$$

For ϵ_{ap} bør her formelt indføres den Tøjning, som optræder i Spændarmeringen, naar den omgivende Beton er spændingsløs. Almindeligvis kan i denne Forbindelse ses bort fra Tøjningsændringer i Spændarmeringen hidrørende fra Belastningen, saa længe Betonen er urevnet. Dette svarer til, at der for ϵ_{ap} kan indføres den til den effektive Forspænding svarende Værdi under Hensyntagen til Friktion og Spændingstab fra Betonens Svind og Krybning og fra Armeringens Relaksation. Værdien af ϵ_{ap} har iøvrigt som oftest kun uvæsentlig Indflydelse paa Brudmomentet.

Ud fra de fundne Værdier af ϵ_a kan beregnes korrigerede Værdier af Spændingerne σ_a^* i Armeringerne. Beregningerne gentages, til fornøden Overensstemmelse er opnaet. Ønskes en eventuel Trykarmoring taget i Regning, kan dette gøres efter samme Princip som anført i BK I, Afsnit 7.32.122, ud fra skønnede eller beregnede Vær-

dier af ϵ'_a .

Naar samtlige Spændinger er beregnet med tilstrækkelig Nøjagtighed, findes det nominelle Brudmoment eller den nominelle Brudværdi af den excentriske Normalkraft som Spændingernes Resultant med modsat Fortegn.

Det bør desuden undersøges, om det beregnede Brudmoment overskrider Tværsnittets maksimale Brudmoment svarende til BK I, Ligning (7.32.2). For Nyttøjden indføres i denne Forbindelse Afstanden h_m fra den mest trykkede Kant til Angrebepunktet for Resultanten af Spændingerne i Trækarmringerne.

For ren, enkeltsymmetrisk Bøjning og konstant Trykzonebredde faas, hvis der ses bort fra Trykarmring:

$$y = \frac{N'_b}{b \sigma_a^*} \quad (17.2.5)$$

og

$$M = \Sigma A \sigma_a^* (h - \frac{1}{2}y) \quad (17.2.6)$$

hvor baade A, σ_a^* og h kan have forskellige Værdier i Summationens Led.

Desuden skal følgende Betingelse være opfyldt:

$$M \leq \frac{1}{2} \eta b h_m^2 \sigma_a^* \quad (17.2.7)$$

hvor η er givet ved Ligning (7.32.2) i BK I, og h_m angiver Nyttøjden for hele Armeringen, idet de individuelle Armeringsarealer regnes med Vægt i Forhold til deres Spænding, d. v. s.

$$h_m = \frac{\Sigma h A \sigma_a^*}{N_a} = \frac{M}{N_a} + \frac{1}{2}y \quad (17.2.8)$$

Beregningen kan simplificeres ved at tilnærme de to Armeringstypers nominelle Arbejdslinier svarende til, at Staalet er lineær-elastisk-idealplastisk (Fig. 17.2.2).

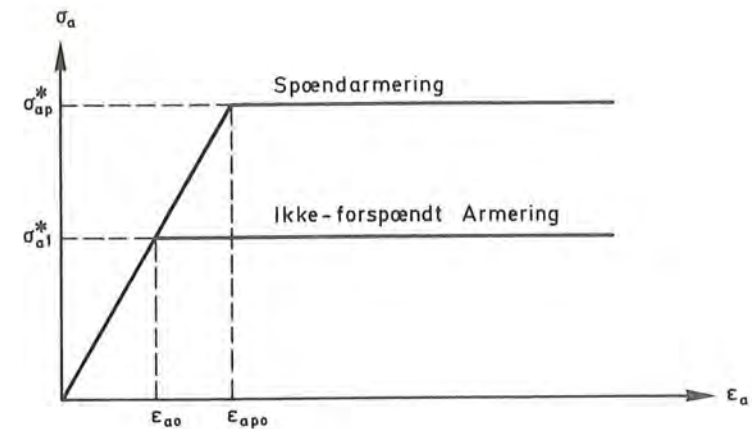


Fig. 17.2.2

Betegnes den nominelle Flydespænding for den ikke-forspændte Armering σ_a^* og for Spændarmeringen σ_{ap}^* , vil disse Spændinger optræde i de respektive Armeringstyper, naar ϵ_a overskrider følgende Værdier:

For den ikke-forspændte Armering:

$$\epsilon_a = \epsilon_{a0} = \frac{\sigma_a^*}{E_a} \quad (17.2.9)$$

For Spændarmeringen:

$$\epsilon_a = \epsilon_{apo} = \frac{\sigma_{ap}^*}{E_a} \quad (17.2.10)$$

Spændarmeringens Forhaands-Tøjning er under disse Forudsætninger helt uden Indflydelse paa det nominelle Brudmoment, saa længe dens Brudtøjning blot er større end ϵ_{apo} .

En god Udnyttelse af begge Armeringstyper ved Brudlast er opnaaet, hvis disses Spændinger ved Brud tilnærmelsesvis er henholds-

vis σ_{a1}^* og σ_{ap}^* . Ved Valg af en passende høj Værdi af Spændarmeringens Forhaands-Tøjning har man derfor en Mulighed for at tilstræbe en økonomisk Konstruktion.

Bøjningsmomentet M i Ligning (17.2.6-7) repræsenterer den totale Snitkraft, som optages af Beton, Spændarmering og ikke-forspændt Armering. Det tilsvarende gælder for Tværsnit paavirket af en excentrisk Normalkraft. For statisk ubestemte Konstruktioner inkluderer denne Snitkraft Forspændingssnitkraften (se Afsnit 17.1.2).

Dette svarer til, at den i Afsnit 17.1.4 omtalte fiktive Kraft N_{apo} ikke ligger i samme Linie som Resultanten af Spændingerne i Spændarmeringen.

Det i Afsnit 17.1.4 angivne Princip for Beregning af delvis forspændt Beton ved Tilføjelse af ovennævnte fiktive Kraft N_{apo} fører til samme Resultater som anført ovenfor. For statisk bestemte Konstruktioner fremgaar dette af, at den til Kraften N_{apo} med modsat Fortegn svarende Kraft er ækvivalent med det Bidrag, der svarer til, at Forhaands-Tøjningen ϵ_{ap} er taget i Regning i Ligning (17.2.4). For statisk ubestemte Konstruktioner kommer hertil et Momentbidrag hidrørende fra Forspændingssnitkraften, men dette Bidrag skal i alle Tilfælde medregnes i Snitkraften.

Taleksempel Nr. 17.2.1

Det nominelle Brudmoment M ønskes bestemt for et rektangulært Tværsnit med Bredden $b = 40$ cm og Totalhøjden $h_t = 100$ cm armeret dels med en ikke-forspændt Armering bestaaende af 5 T 25, hvis Tyngdepunkter er beliggende 5 cm over Tværsnittets Underkant, dels med tre Spændarmeringsstænger, som hver har et Tværsnitsareal paa $5,3$ cm², og som har deres Tyngdepunkter beliggende 10 cm over Tværsnittets Underkant.

Begge Armerings-Typers nominelle Arbejdslinier regnes tilnærmert svarende til, at de er lineær-elastiske-ideal-plastiske. For begge Armerings-Typer regnes Elasticitetskoefficienten at være $E_a = 2,1 \cdot 10^6$ kp/cm². De nominelle Flydespændinger regnes at være:

$$\begin{aligned} \text{For Tentor-Armeringen: } & \sigma_{a1}^* = 3730 \text{ kp/cm}^2 \\ \text{For Spændarmeringen: } & \sigma_{ap}^* = 5330 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

Den effektive Forspænding i Spændarmeringen under Hensyntagen til Spændingstab fra Betonens Svind og Krybning og Spændarmeringens Relaksation regnes at være $\sigma_{ap} = 5000$ kp/cm². Denne Spænding antages at optræde i Spændarmeringen, naar Spændingen i den omgivende Beton er lig med Nul, d.v.s. der ses bort fra Ændring i denne Spænding svarende til Betonens elastiske Deformationer.

For Betonen regnes

$$\begin{aligned} \sigma'_{bk} &= 300 \text{ kp/cm}^2 \\ \sigma'_b &= 100 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

Antages Spændingerne i begge Armeringstyper at svare til de nominelle Flydespændinger, bliver i Henhold til Ligning (17.2.1-2):

$$N'_b = N'_a = 24,5 \cdot 3,73 + 3 \cdot 5,3 \cdot 5,33 = 91,4 + 84,7 = 176,1 \text{ Mp}$$

Ligning (17.2.5):

$$y = \frac{176100}{40 \cdot 100} = 44,0 \text{ cm}$$

Spændarmeringens Forhaands-Tøjning er

$$\epsilon_{ap} = \frac{\sigma_{ap}}{E_a} = \frac{5000}{2,1 \cdot 10^6} = 2,38 \text{ }^{\circ}/_{\infty}$$

Nyttehøjden er:

For den ikke-forspændte Armering:

$$h_f = 100 - 5 = 95 \text{ cm}$$

For Spændarmeringen:

$$h_p = 100 - 10 = 90 \text{ cm}$$

Ligning (17.2.3-4):

For den ikke-forspændte Armering:

$$\epsilon_{a1} = 0,0035 \left(\frac{0,75 \cdot 95}{44,0} - 1 \right) = 2,15 \text{ }^{\circ}/_{\infty}$$

For Spændarmeringen:

$$\epsilon_a = 0,00238 + 0,0035 \left(\frac{0,75 \cdot 90}{44,0} - 1 \right) = 4,25 \text{ }^{\circ}/_{\infty}$$

Ligning (17.2.9-10):

$$\epsilon_{ao} = \frac{3730}{2,1 \cdot 10^6} = 1,78 \text{ ‰} < 2,15 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{apo} = \frac{5330}{2,1 \cdot 10^6} = 2,54 \text{ ‰} < 4,25 \text{ ‰}$$

Antagelsen om, at Spændingen i begge Armeringstyper svarer til de nominelle Flydespændinger, er saaledes opfyldt.

Ligning (17.2.6):

$$M = 91,4(95 - \frac{1}{2} \cdot 44) \cdot 10^{-2} + 84,7(90 - \frac{1}{2} \cdot 44) \cdot 10^{-2} = 124,3 \text{ Mpm}$$

BKI, Ligning (7.32.2):

$$\eta = 0,8 - \frac{300}{4000} = 0,725$$

Ligning (17.2.8):

$$h_m = \frac{124,3 \cdot 10^2}{176,1} + \frac{1}{2} \cdot 44,0 = 92,6 \text{ cm}$$

Ligning (17.2.7):

$$M \leq \frac{1}{2} \cdot 0,725 \cdot 40 \cdot 92,6^2 \cdot 100 \cdot 10^{-5} = 124,3 \text{ Mpm}$$

Med den givne Armering er Betontværsnittet saaledes netop udnyttet. Det nominelle Brudmoment kan ikke øges ved en Øgning af Armeringen.

$$\underline{M = 124 \text{ Mpm}}$$

17.3 REVNELAST

Ved Beregning af Revnelast er det rimeligst at antage, at Materialerne er lineær-elastiske. Principielt bør det dog eftervises, at denne Antagelse er opfyldt med tilstrækkelig Nøjagtighed.

For et delvis forspændt Tværsnit (Fig. 17.3.1) paavirket til enkeltsymmetrisk Bøjning skal i det følgende opstilles Udtryk for den Belastning - Revnelasten - for hvilken Betonens nominelle Trækstyrke σ_b^* netop overskrides.

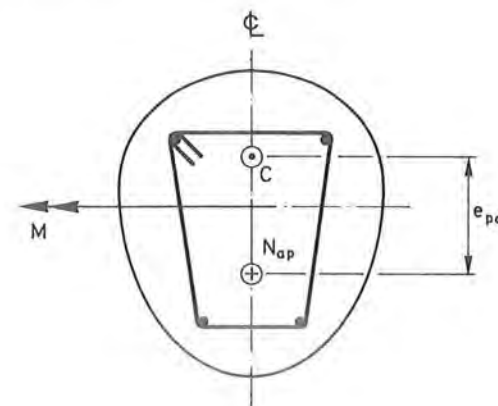


Fig. 17.3.1

Den Del af Betonens uhindrede Svindtøjning, som vilde være indtraadt i Perioden efter Etableringen af Forbindelse mellem Spændarmering og Beton, betegnes ϵ'_{rp} . Den tilsvarende, uhindrede, totale Svindtøjning efter Betonens Afbinding betegnes ϵ'_{ro} .

Tværsnittet antages paavirket af en effektiv Forspændingskraft, hvis Størrelse under Hensyntagen til samtlige Spændingstab er N_{ap} . Dens Excentricitet i Forhold til det transformerede Tværsnits øvre Kernepunkt C betegnes e_{pc} (se Fig. 17.3.1),

For statisk bestemte Konstruktioner angriber denne Kraft i Spændarmeringens Tyngdepunkt. For statisk ubestemte Konstruktioner er dette almindeligvis ikke Tilfældet.

Baade Spændarmeringen og den ikke-forspændte Armering reducerer Betonens Svind. Dette Forhold kan tænkes elimineret ved i de respektive Armeringers Tyngdepunkter at paaføre Tværsnittet fiktive Tryknormalkræfter af Størrelsen

$$N'_a = A E_a \epsilon'_r \quad (17.3.1)$$

hvor A , E_a og ϵ'_r betegner de to Armeringstypers Tværsnitsareal (A_p og A_l), Elasticitetskoefficient (E_{ap} og E_{al}) og Betonens uhindrede Svindtøjninger (ϵ'_{rp} og ϵ'_{ro}) siden Etablering af Forbindelse mellem Beton og de respektive Armeringstyper.

Disse Normalkræfters Excentricitet i Forhold til det transformerede Tværsnits øvre Kernepunkt C betegnes e_c (e_{cp} og e_{cl}).

Excentriciteterne regnes med Fortegn - positivt, hvis Normalkræfterne angriber under C .

Spændingen ved et urevnet Tværsnits Underkant fremkaldt af en excentrisk Normalkraft N er den samme, som fremkaldes af et Bøjningsmoment svarende til N 's Moment om det øvre Kernepunkt C . Dette følger af, at Tilføjelse af en fiktiv Kraft $-N$ i C er uden Indflydelse paa den søgte Spænding, og det derved fremkomne Kraftpar svarer til et Moment af ovennævnte Størrelse.

De til de ved Ligning (17.3.1) givne fiktive Kræfter svarende modsat rettede Kræfter og Forspændingskraften medfører derfor ved Tværsnittets Underkant en Betonspænding af Størrelsen:

$$\sigma_{bo} = \frac{1}{W_{tf}} (\sum A E_a \epsilon'_r e_c - N_{ap} e_{pc}) \quad (17.3.2)$$

hvor W_{tf} betegner Tværsnittets transformerede Modstandsmoment svarende til Spændingen ved Tværsnittets Underkant, og σ_{bo} er regnet positiv som Trækspænding. Ved Beregning af W_{tf} bør for Forholdet n mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoefficienter ansættes en Værdi svarende til, at Betonens Tøjninger inkluderer Bidrag fra Krybning, og e_{pc} , e_{cp} og e_{cl} regnes til det tilsvarende transformerede Tværsnits Kernepunkt.

Revner ved Tværsnittets Underkant vil optræde, naar det paa- virkes af et Bøjningsmoment M_I bestemt af følgende Ligning:

$$\sigma_b = \sigma_{bo} + \frac{M_I}{W_t} = \sigma_b^* \quad (17.3.3)$$

hvor W_t betegner Tværsnittets transformerede Modstandsmoment sva-

rende til Spændingen ved Tværsnittets Underkant, idet man ved Beregning af W_t for Forholdet n mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoefficienter ansætter en Værdi svarende til Betonens Tøjninger fremkaldt af Bøjningsmomentet M_I . Fremkaldes Revnerne af en Korttidslast, skal derfor indføres en lav Værdi af n , og opstaar Revnerne under Indflydelse af en Belastning, som øges saa langsomt, at Krybningen kan naa at finde Sted, benyttes en dertil svarende højere Værdi af n .

Af Ligning (17.3.2) og (17.3.3):

$$M_I = W_t \left(\sigma_b^* + \frac{N_{ap} e_{pc} - \sum A E_a \epsilon'_r e_c}{W_{tf}} \right) \quad (17.3.4)$$

Det fremgaar af Ligning (17.3.4), at det Bøjningsmoment M_I , som fremkalder Revner ved en Kant af Normalsnittet, reduceres af Armering nær denne Kant paa Grund af Svind.

W_{tf} vil almindeligvis være større end W_t paa Grund af Krybning, d. v. s. Krybningen reducerer Forspændingens Bidrag til Revnemomentet.

Er Tværsnittet paa- virket af en excentrisk Tryknormalkraft N' med Excentriciteten $e_{cN'}$ i Forhold til C (Fig. 17.3.2a) eller af en

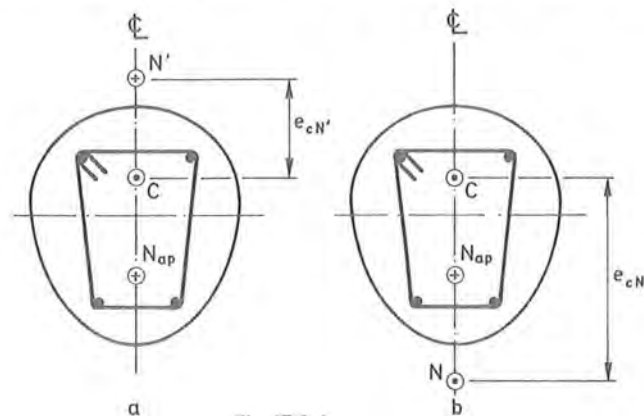


Fig. 17.3.2

excentrisk Træknormalkraft N med Excentriciteten e_{cN} i Forhold til C (Fig. 17.3.2b) i begge Tilfælde angribende i Tværsnittets Symmetrilinie, vil den nominelle Revneværdi af Normalkraften svare til, at dens Moment om C er lig med M_I , idet σ_b ved Tværsnittets Under-

kant ikke ændres, hvis man i C tilføjer en fiktiv Kraft lig med og modsat rettet Normalkraften (N' eller N).

Revneværdien af N' og N er derfor

$$N'_I = \frac{M_I}{e_{cN'}} \quad (17.3.5)$$

og

$$N_I = \frac{M_I}{e_{cN}} \quad (17.3.6)$$

idet der i disse Udtryk for M_I indføres den ved Ligning (17.3.4) angivne Værdi.

Da M_I i Ligning (17.3.2) og dermed N'_I og N_I i Ligning (17.3.5-6) er baseret paa Værdien σ_b^* af Betonens nominelle Trækstyrke, er der Tale om nominelle Revneværdier af M_I , N'_I og N_I .

For statisk bestemte Konstruktioner er $e_{pc} = e_{cp}$.

Taleksempel Nr. 17.3.1

For det i Taleksempel 17.2.1 behandlede Tværsnit antages Betonens nominelle Trækbrudspænding at være $\sigma_b^* = 10 \text{ kp/cm}^2$. Idet n betegner Forholdet mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoeficienter, regnes n lig med henholdsvis 7 (Korttidslast) og 20 (Langtidslast) ved Beregning af W_t og W_{tf} . For begge Armeringstyper regnes $E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$. For Betonens uhindrede Svind regnes:

$$\varepsilon'_{ro} = 0,30 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon'_{rp} = 0,25 \cdot 10^{-3}$$

For $n = 20$ faas, idet Index f angiver, at Bidrag fra Krybning er inkluderet:

$$B_{tf} = 40 \cdot 100 + 20 \cdot 3 \cdot 5,3 + 20 \cdot 24,5 = 4000 + 318 + 490 = 4808 \text{ cm}^2$$

Statisk Moment om Betontværsnittets vandrette Symmetrilinie:

$$S_{tf} = 318 \cdot 40 + 490 \left(\frac{1}{2} \cdot 100 - 5 \right) = 12720 + 490 \cdot 45 = 12720 + 22050 = 34770 \text{ cm}^3$$

$$\xi = \frac{S_t}{B_t} = \frac{34770}{4808} = 7,2 \text{ cm}$$

Det transformerede Tværsnits Inertimoment er:

$$I_{tf} = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 100^3 + 318 \cdot 40^2 + 490 \cdot 45^2 - \frac{34770^2}{4808} = 3,333 \cdot 10^6 + 0,509 \cdot 10^6 + 0,992 \cdot 10^6 - 0,251 \cdot 10^6 = 4,583 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$W_{tf} = \frac{4,583 \cdot 10^6}{\frac{1}{2} \cdot 100 - 7,2} = 10,71 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$$

$$e_{pc} = \frac{1}{2} \cdot 100 - 7,2 - 10 + \frac{10,71 \cdot 10^4}{4808} = 55,1 \text{ cm}$$

$$e_{cp} = e_{pc}$$

$$e_{c1} = 55,1 + 10 - 5 = 60,1 \text{ cm}$$

For $n = 7$:

$$B_t = 4000 + 7 \cdot 3 \cdot 5,3 + 7 \cdot 24,5 = 4000 + 111 + 172 = 4283 \text{ cm}^2$$

$$S_t = 111 \cdot 40 + 172 \cdot 45 = 4440 + 7740 = 12180 \text{ cm}^3$$

$$\xi = \frac{12180}{4283} = 2,8 \text{ cm}$$

$$I_t = 3,333 \cdot 10^6 + 111 \cdot 40^2 + 172 \cdot 45^2 - \frac{12180^2}{4283} = 10^6 (3,333 + 0,178 + 0,348 - 0,035) = 3,824 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$W_t = \frac{3,824 \cdot 10^6}{\frac{1}{2} \cdot 100 - 2,8} = 8,10 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$$

$$N_{ap} e_{pc} = 3 \cdot 5,3 \cdot 5000 \cdot 55,1 \cdot 10^{-5} = 43,8 \text{ Mpm}$$

$$\Sigma A E_a \varepsilon'_r e_c =$$

$$2,1 \cdot 10^6 (3 \cdot 5,3 \cdot 0,25 \cdot 55,1 + 24,5 \cdot 0,3 \cdot 60,1) \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-5} =$$

$$2,1 \cdot 10^{-2} (219 + 442) = 2,1 \cdot 10^{-2} \cdot 661 = 13,9 \text{ Mpm}$$

Ligning (17.3.4):

$$M_I = 8,10 \cdot 10^4 \left(10 + \frac{43,8 - 13,9}{10,71 \cdot 10^4} 10^5 \right) \cdot 10^{-5} =$$

$$0,810 (10 + 27,9) = \underline{30,7 \text{ Mpm}}$$

Hvis Svindet ikke havde forekommet, vilde Revnemomentet være øget til

$$M_I = 0,810(10 + \frac{438}{10,71}) = 0,81 \cdot 50,9 = \underline{41,2 \text{ Mpm}}$$

idet der her er set bort fra Svindets Indflydelse paa N_{ap} .

Hvis Revnerne tænkes fremkaldt af et Moment, som havde Karakter af en Langtidslast, vilde W_t i Ligning (17.3.4) øges mod Værdien W_{tf} . For $W_t = W_{tf}$ faas med de først i Eksemplet stipulerede Værdier for Svindet:

$$M_I = 10,71 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} (10 + 27,9) = \underline{40,6 \text{ Mpm}}$$

og hvis der ikke forekommer Svind:

$$M_I = 10,71 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 50,9 = \underline{54,5 \text{ Mpm}}$$

Revnemomentets Afhængighed af Svind og Belastningsvarighed illustreres af nedenstaaende Skema, hvor Værdierne er afrundede:

Revnemoment i Mpm	Svind forekommer	Svind forekommer ikke
Korttidslast	31	41
Langtidslast	41	55

Da Revnemomentet for Langtidslast er større end for Korttidslast paa Grund af Spændingsomlejring hidrørende fra Betonens Krybning, er det en Forudsætning for disse større Værdiers Gyldighed, at Lastøgningen foregaar saa langsomt, at Krybningen kan naa at finde Sted.

Armeringens Tillægstøjning ud over den Tøjning, der svarer til, at den omgivende Beton er spændingsfri, er

$$\Delta \epsilon_a < \frac{10 \cdot 20}{2,1 \cdot 10^6} \approx 0,10 \text{ ‰}$$

Da Spændarmeringens Forhaandstøjning var 2,38 ‰, bliver den resulterende Tøjning ved Revnelasten

$$\epsilon_a < 2,38 + 0,10 = 2,48 < \epsilon_{apo} = 2,54 \text{ ‰}$$

Den effektive Forspændingskraft er

$$N_{ap} = 3 \cdot 5,3 \cdot 5 = 79,5 \text{ Mp}$$

Betontrykspændingen ved Normalsnittets Overkant svarende til den største af de fundne Værdier af M_I er

$$\sigma'_b = \frac{79,5 \cdot 10^3}{4808} + \frac{54,5 \cdot 10^5 - 79,5 \cdot 10^3 (\frac{1}{2} \cdot 100 - 7,2 - 10)}{4,583 \cdot 10^6} (50 + 7,2) = 52 \text{ kp/cm}^2$$

Antagelsen om lineær Elasticitet er saaledes opfyldt baade for Beton og Armering.

17.3.1 Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnelasten

Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnelasten kan illustreres ved at betragte Tværnsnit, der er identiske bortset fra Værdien ϑ af Forspændingsgraden. Her forudsættes, at E_a og ϵ'_r har de samme Værdier for de to Armeringstyper, og at

$$e_{c1} = e_{cp} = e_{pc} = e_c \quad (17.3.7)$$

Ligning (17.3.4) kan da omskrives til

$$M_I = W_t \sigma'_b + e_c \frac{W_t}{W_{tf}} (A_p \sigma_{ap} - E_a \epsilon'_r \Sigma A) \quad (17.3.8)$$

Tværnsnittene antages at have samme nominelle Brudmoment og samme Værdi af σ_{ap} .

Da Forspændingsgraden er defineret som Forholdet mellem Spændarmeringens og den samlede Trækarmringens Bidrag til Optagelse af det samlede nominelle Brudmoment, er Spændarmeringens Bidrag til Brudmomentet proportionalt med ϑ . Det samme gælder derfor A_p . Den ikke-forspændte Armerings Bidrag til Brudmomentet er følgelig en lineær Funktion af ϑ . Dette gælder saaledes ogsaa A_I , ΣA og Udtrykket i Parentesen i Ligning (17.3.8).

Ved Variation af ϑ vil W_t , W_{tf} og e_c ogsaa variere noget; men disse Variationer er dog relativt uvæsentlige. Under de ovenfor anførte Forudsætninger følger heraf:

Revnelasten varierer tilnærmelsesvis lineært med Forspændingsgraden.

Det fremgaar af nedenstaaende Taleksempel Nr. 17.3.2, at den Unøjagtighed, som indføres ved at regne, at Revnelasten varierer lineært med Forspændingsgraden, er ret uvæsentlig (ca. 5% for Korttidslast og ca. 0,4% for Langtidslast). Det fremgaar af Ligning (17.3.8), at M_t kan blive negativ for smaa Værdier af ϑ - dog tilføjelige afhængig af andre Parametre, især af Værdierne af σ_b^* , ϵ_r' og ΣA .

Taleksempel Nr. 17.3.2

Revmomentets Afhængighed af Forspændingsgraden ønskes beregnet under de i Afsnit 17.3.1 angivne Forudsætninger, idet Tværnittet er rektangulært med Totalhøjde h_t og Bredde b .

Da det er hensigtsmæssigt at arbejde med dimensionsløse Størrelser, angives nedenfor de for Beregningen fornødne Parametre som Forhold mellem de indgaaende Størrelser. Disse Forhold maa ikke opfattes som Udtryk for en fysisk Sammenhæng mellem Størrelserne.

$$\epsilon_r' = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$E_a = 2 \cdot 10^5 \sigma_b^* \quad (\text{svarer til, at } \sigma_b^* \text{ er ca. } 10 \text{ kp/cm}^2)$$

$$\sigma_{ap} = 10^3 \sigma_b^*$$

$$\sigma_{ap}^* = 2,5 \sigma_{a1}^*$$

$$h_p = h_1 = h = 0,95 h_t$$

$$\text{For } \vartheta = 1: A_p = 2 \cdot 10^{-3} b h_t$$

Revmomentet ønskes først bestemt for Korttidslast. Ved Beregning af W_t regnes $n = 7$.

Ved Beregning af W_{tf} og e_c regnes $n = 20$ svarende til, at Forspændingen er en Langtidslast.

Ligning (17.3.8):

$$\frac{M_t}{b h_t^2 \sigma_b^*} = \frac{W_t}{b h_t^2} + \frac{e_c}{h_t} \frac{W_t}{W_{tf}} \left(\frac{A_p}{b h_t} \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_b^*} - \frac{E_a}{\sigma_b^*} \epsilon_r' \frac{\Sigma A}{b h_t} \right)$$

Indsættes ovenstaaende Talværdier, faas

$$\frac{M_t}{b h_t^2 \sigma_b^*} = \frac{W_t}{b h_t^2} + \frac{e_c}{h_t} \frac{W_t}{W_{tf}} \left(10^3 \frac{A_p}{b h_t} - 60 \frac{\Sigma A}{b h_t} \right)$$

Da det nominelle Brudmoment forudsættes ikke at variere med ϑ , er Nævneren i Ligning (17.1.1) konstant, d.v.s. A_p er proportional med ϑ . Da $A_p = 2 \cdot 10^{-3} b h_t$ for $\vartheta = 1$, er for $0 \leq \vartheta \leq 1$

$$A_p = 2 \vartheta 10^{-3} b h_t$$

Da Momentarmene z_1 og z_p i Ligning (17.1.1) her er lige store og Nævneren konstant, er Størrelsen

$$\frac{\sigma_{ap}^*}{\sigma_a^*} A_p + A_1 = 2,5 A_p + A_1 = A_k$$

hvor A_k er en Konstant.

For $\vartheta = 1$ er

$$A_1 = 0$$

$$A_p = 2 \cdot 10^{-3} b h_t$$

hvoraf

$$A_k = 2,5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} b h_t = 5 \cdot 10^{-3} b h_t$$

For $0 \leq \vartheta \leq 1$ faas

$$2,5 \cdot 2 \vartheta \cdot 10^{-3} b h_t + A_1 = 5 \cdot 10^{-3} b h_t$$

hvoraf

$$A_1 = 5(1 - \vartheta) 10^{-3} b h_t$$

$$\Sigma A = A_p + A_1 = [2 \vartheta + 5(1 - \vartheta)] 10^{-3} b h_t$$

$$\Sigma A = (5 - 3 \vartheta) 10^{-3} b h_t$$

Kernepunktsexcentriciteten er med de i Afsnit 17.3 - 17.3.1 anvendte Bogstavssymboler:

$$e_c = h - \frac{1}{2} h_t - \xi + \frac{W_{tf}}{B_{tf}} = 0,45 h_t - \xi + \frac{W_{tf}}{B_{tf}}$$

hvor Tyngdepunktsflytningen ξ svarer til $n = 20$, og B_{tf} betegner det transformerede Betonareal svarende til $n = 20$. Betonarealets og Armeringens Inertimomenter om den af Betontværsnittets Symmetrilinier, der er parallel med Momentvektoren, betegnes I_b og I_a .

For $n = 7$ faas:

ξ	0	0,5	1
$\frac{n \Sigma A}{bh_t}$	0,035	0,0245	0,014
$\frac{B_t}{bh_t}$	1,035	1,0245	1,014
$\frac{S_t}{bh_t}$	0,01575	0,0110	0,0063
ξ/h_t	0,015	0,011	0,006
$\frac{I_b}{bh_t^3}$	0,0833	0,0833	0,0833
$\frac{I_a}{bh_t^3}$	0,0071	0,0050	0,0028
$\frac{S_t^2}{B_t bh_t^3}$	0,0002	0,0001	0,0000
$\frac{I_t}{bh_t^3}$	0,0902	0,0882	0,0861
$\frac{\frac{1}{2} h_t - \xi}{h_t}$	0,485	0,489	0,494
$\frac{W_t}{bh_t^2}$	0,186	0,180	0,174

For $n = 20$ faas tilsvarende:

ξ	0	0,5	1
$\frac{n \Sigma A}{bh_t}$	0,100	0,070	0,040
$\frac{B_{tf}}{bh_t}$	1,100	1,070	1,040
$\frac{S_t}{bh_t^2}$	0,045	0,0315	0,018
ξ/h_t	0,041	0,029	0,017
$\frac{I_b}{bh_t^3}$	0,0833	0,0833	0,0833
$\frac{I_a}{bh_t^3}$	0,0203	0,0142	0,0081
$\frac{S_t^2}{B_{tf} bh_t^3}$	0,0018	0,0009	0,0003
$\frac{I_t}{bh_t^3}$	0,1018	0,0966	0,0911
$\frac{\frac{1}{2} h_t - \xi}{h_t}$	0,459	0,471	0,483
$\frac{W_{tf}}{bh_t^2}$	0,222	0,205	0,189

Beregning af Revnemomentet fremkaldt af Korttidslast fremgaar af følgende Tabel. Størrelsen ξ svarer til $n = 20$.

ϑ	0	0,5	1
$\frac{W_{tf}}{B_{tf} h_t}$	0,202	0,192	0,182
$0,45 - \xi/h_t$	0,409	0,421	0,433
e_c/h_t	0,611	0,613	0,615
$\frac{e_c}{h_t} \frac{W_t}{W_{tf}}$	0,512	0,538	0,566
$10^3 \frac{A_p}{b h_t}$	0,000		2,000
$60 \frac{\sum A}{b h_t}$	0,300		0,120
$10^3 \frac{A_p}{b h_t} - 60 \frac{\sum A}{b h_t}$	- 0,300	0,790	1,880
$\frac{e_c}{h_t} \frac{W_t}{W_{tf}} \left(10^3 \frac{A_p}{b h_t} - 60 \frac{\sum A}{b h_t} \right)$	- 0,154	0,425	1,064
$\frac{M_I}{b h_t^2 \sigma_b^*}$	0,032	0,605	1,238

Beregnes Revnemomentet svarende til $\vartheta = 0,5$ paa Basis af de tilsvarende Værdier for $\vartheta = 0$ og $\vartheta = 1$ under Forudsætning af, at Revnemomentet varierer lineært med ϑ , faas:

$$\frac{M_I}{b h_t^2 \sigma_b^*} = \frac{1}{2} (0,032 + 1,238) = 0,635$$

Denne Værdi er 5% større end den korrekte.

Fremkaldes Revnerne af Langtidslast, bestemmes Revnemomentet af Udtrykket

$$\frac{M_I}{b h_t^2 \sigma_b^*} = \frac{W_{tf}}{b h_t^2} + \frac{e_c}{h_t} \left(10^3 \frac{A_p}{b h_t} - 60 \frac{\sum A}{b h_t} \right)$$

Dette giver:

ϑ	0	0,5	1
$\frac{e_c}{h_t} \left(10^3 \frac{A_p}{b h_t} - 60 \frac{\sum A}{b h_t} \right)$	- 0,183	0,484	1,156
$\frac{M_I}{b h_t^2 \sigma_b^*}$	0,039	0,689	1,345

Beregnes Revnemomentet svarende til $\vartheta = 0,5$ paa Basis af de tilsvarende Værdier for $\vartheta = 0$ og $\vartheta = 1$ under Forudsætning af, at Revnemomentet varierer lineært med ϑ , faas i dette Tilfælde:

$$\frac{M_I}{b h_t^2 \sigma_b^*} = \frac{1}{2} (0,039 + 1,345) = 0,692$$

Denne Værdi er 0,4% større end den korrekte.

Revnemomentets Afhængighed af Forspændingsgraden er illustreret i Fig. 17.3.3.

At Forholdet mellem Revnemomentet for Langtids- og Korttidslast her er væsentligt mindre end i Taleksempel Nr. 17.3.1 hænger sammen med, at Armeringsforholdet ω_0 er langt større i Taleksempel Nr. 17.3.1.

Antages $\sigma_a^* = 40 \sigma_b^*$, bliver det mekaniske Armeringsforhold for $\vartheta = 0$ i Henhold til BKI, Ligning (7.32.47.2):

$$\omega = \frac{A \sigma_a^*}{b h \sigma_b^*} = \frac{A}{b h_t} \cdot \frac{h_t}{h} \cdot \frac{\sigma_a^*}{\sigma_b^*} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{40}{0,95} = 0,211$$

BKI, Ligning (7.32.47.4) og (7.32.36):

$$\mu = 0,211 (1 - \frac{1}{2} \cdot 0,211) = 0,189$$

$$M_u = 0,189 \cdot b (0,95 h_t)^2 \cdot 10 \sigma_b^* = 1,71 b h_t^2 \sigma_b^*$$

Dette er det nominelle Brudmoment, som ifølge Forudsætningerne er

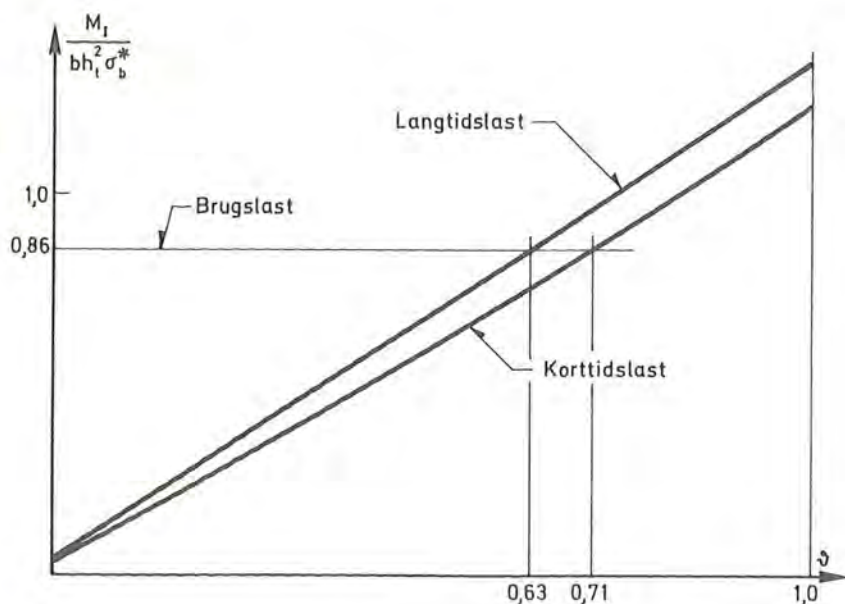


Fig.17.3.3

uafhængigt af ϕ . Antages Momentet under Brugslast at kunne blive $M = 0,5 M_u$, svarer dette til

$$\frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*} = 0,86$$

Den tilsvarende Linie er indtegnet i Fig. 17.3.3,

Betingelsen for, at Tværsnittet ikke revner, afhænger af, om Belastningen har Karakter af Langtids- eller Korttidslast. I det foreliggende Tilfælde er Betingelsen:

$$\text{For Langtidslast} \quad \phi > 0,63 = \phi_I$$

$$\text{For Korttidslast} \quad \phi > 0,71 = \phi_I$$

Tværsnittene med $\phi > \phi_I$ er saaledes fuldstændigt forspændte.

17.4 REVNEVIDDER

Ved Fastsættelse af tilladelig, maksimal Revnevidde for Betonkonstruktioner bør følgende Forhold tages i Betragtning.

En Del af de Armeringstyper, som anvendes til Spændarmering, er meget mere følsomme for Korrosion end Armering til ikke-forspændt Beton.

Til Spændbeton anvendes ofte Armering med mindre Diameter end ved ikke-forspændt Beton. Et Korrosionsangreb af en given Dybde vil derfor medføre en større procentisk Reduktion af Armeringens Tværsnitsareal ved Spændarmering end ved ikke-forspændt Armering.

Korrosion kan have en Tendens til at angribe lokalt, gaa i Dybden og fremkalde lokale Saar, som er langt farligere end en jævnt fordelt Overfladekorrosion, og som især medfører en betydelig Reduktion af Armeringens Styrke over for dynamisk Paavirkning.

Korrosionsangrebet kan øges med Armeringens Trækspænding. Dette Fænomen, som betegnes Spændingskorrosion, har Karakter af en interkrystallinsk Revnedannelse under samtidig Indvirkning af korrosionsfremkaldende Milieu og Trækspænding i Staalet. Alle Staal typer, som anvendes til Spændarmering, maa antages at være følsomme for Spændingskorrosion; men denne Følsomhed varierer med Staaltypen. Det bør generelt tilstræbes at undgaa Anvendelse af Armering, som har udpræget Tendens til Spændingskorrosion.

Spændingskorrosion medfører en Reduktion af Armeringens statiske Styrke og især en Skørhed af Staalet, som bevirker en Reduktion af Armeringens Styrke over for dynamisk Paavirkning. En lignende Virkning kan opstaa ved Tilstedeværelse af Brint i atomar Tilstand. Dette Fænomen, Brint-Skørhed, som ofte forveksles med Spændingskorrosion, har forarsaget langt flere Skader end Spændingskorrosion og er især forekommet ved et stort Antal Konstruktioner, til hvilke der var anvendt Aluminat-Cement.

Til Injektion af Kanaler i efterspændte Betonkonstruktioner anvendes ofte Tilsætningsmidler, som indeholder Aluminiumpulver. Dette reagerer kemisk med Cementen, hvorved der udvikles Brint, som gør Mørtlen ekspanderende. Dette tilsigter at modvirke Dannelsen af Luftlommer, som kunde medføre Korrosion. Der synes dog at være en Risiko for, at Brintudviklingen kunde medføre en Skør-

hed af Armeringen af den ovenfor nævnte Karakter.

Ved Fastsættelse af tilladelige Revnevidder bør tages Hensyn til de anvendte Armeringstypers Korrosionsfølsomhed og det Milieu, som Konstruktionen vil blive udsat for. Revner fremkaldt af en høj Belastning vil helt eller delvis lukke sig igen ved en paafølgende Aflastning, hvis Armeringen ikke har faaet blivende Deformationer. Det forekommer derfor rimeligt at tillade større Revnevidder for kortvarige end for langvarige Belastninger.

Den gavnlige Tendens til Reduktion af Revnevidden ved Aflastning efter en Belastning større end Revnelasten er størst for Konstruktioner af Klasse I og aftagende gennem Klasserne II og III til IV (se Afsnit 17.1.5).

Beregning af Revnevidder er især af Interesse ved Vurdering af Risiko for Korrosion af Armeringen. Det drejer sig i saa Fald om Forhold under Brugslast.

Antages Konstruktionens Snitkraftfordeling kendt, kan en Vurdering af Revnevidden principielt gennemføres som angivet i BK II, Kapitel 15, idet der dog for delvis forspændte Konstruktioner med en Kombination af forspændt og ikke-forspændt Armering maa indføres visse Modifikationer.

Angaaende Usikkerhed ved Beregning af Revnevidder henvises til BK II, Kapitel 15.

Er α -Værdien i Ligning (15.3-4) i BK II α_p for Spændarmeringen og α_1 for den ikke-forspændte Armering, kan disse Ligninger erstattes af følgende Udtryk:

$$\Delta l = 6 + \sqrt{\frac{c B_0}{\frac{\sum \emptyset_p}{a_p^2} + \frac{\sum \emptyset_1}{a_1^2}}} \quad (17.4.1)$$

og

$$\text{Maks } w = 1,7 \Delta \epsilon_a \left(6 + \sqrt{\frac{c B_0}{\frac{\sum \emptyset_p}{a_p^2} + \frac{\sum \emptyset_1}{a_1^2}}} \right) \quad (17.4.2)$$

idet \emptyset_p og \emptyset_1 betegner de nominelle Diametre af henholdsvis Spænd-

armering og ikke-forspændt Armering.

Vedrørende Talværdier for α henvises til BK II, Kapitel 15.

For Værdierne af \emptyset (\emptyset_p og \emptyset_1), som optræder i Ligning (17.4.1-2), regnes:

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4}{\pi} A_{\emptyset}} \quad (17.4.3)$$

hvori for A_{\emptyset} indføres:

For enkelte (ikke bundtede), ikke-forspændte Stænger:

Stangens nominelle Tværnsnitsareal.

\emptyset svarer i dette Tilfælde til Stangens nominelle Diameter.

For bundtede, ikke-forspændte Stænger:

Det totale Armeringstværsnit, som er samlet i et Bundt.

For efterspændt Armering i Kanaler, idet Forbindelsen mellem Spændarmering og Beton forudsættes etableret ved Injektion efter Opspænding:

Det totale Armeringstværsnit pr. Kanal.

For for-opspændt Beton:

For enkelte, fritliggende Traade:

Traadens Tværnsnitsareal.

\emptyset svarer i dette Tilfælde til Traadens nominelle Diameter.

For Liner (strands):

Det nominelle Tværnsnitsareal pr. Line.

Beregning af Revnevidder i Henhold til BK II, Kapitel 15 forudsætter Kendskab til Værdien af Armeringens Tøjningstilvækst, $\Delta \epsilon_a$, ud over den Tøjning, som svarer til, at Spændingen i den omgivende Beton er lig med Nul.

Da en saadan Beregning som nævnt almindeligvis har Interesse for Brugsstadiet, antages Materialerne her lineær-elastiske. Da en eventuel Trykarmering kun har uvæsentlig Indflydelse paa Revnevidderne, ses bort fra dens Virkning.

Betragtes et enkeltsymmetrisk Tværsnit med konstant Trykzonebredd b , paavirket af en excentrisk Normalkraft N' angribende i Tværsnittets Symmetrilinie (se Fig. 17.4.1), er Resultanten N'_b af Betontrykspændingerne

$$N'_b = N' + N_{apc} + N_{a1} \quad (17.4.4)$$

idet N_{apc} og N_{a1} betegner Resultanterne af Spændingerne i henholdsvis den forspændte og den ikke-forspændte Armering.

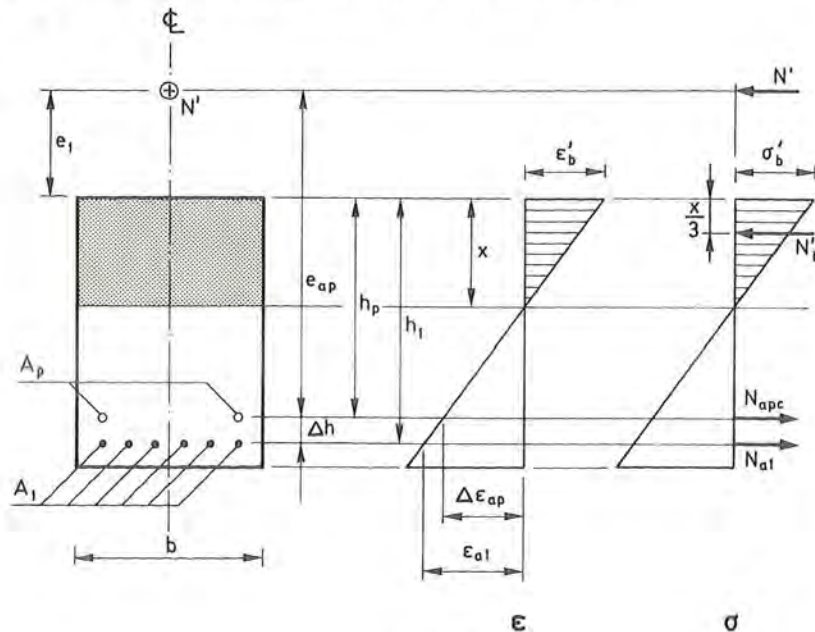


Fig. 17.4.1

Den forspændte og ikke-forspændte Armerings Tværsnitsarealer og Nyttehøjder betegnes A_p , A_1 , h_p og h_1 (se Fig. 17.4.1).

Tværsnittet antages revnet til Afstanden x fra den trykkede Kant.

Afstanden fra N' til Spændarmeringen betegnes e_{ap} .

Den maksimale Betontrykspænding betegnes σ'_b .

Momentligevægt om Spændarmeringens Tyngdepunkt kræver:

$$N' e_{ap} = N'_b \left(h_p - \frac{x}{3} \right) + N_{a1} (h_1 - h_p) \quad (17.4.5)$$

Desuden haves:

$$N'_b = \frac{1}{2} b x \sigma'_b \quad (17.4.6)$$

$$N_{a1} = A_1 n_1 \sigma'_b \frac{h_1 - x}{x} \quad (17.4.7)$$

$$N_{apc} = N_{apon} + A_p n_p \sigma'_b \frac{h_p - x}{x} \quad (17.4.8)$$

idet N_{apon} betegner Normalkomponenten af Resultanten N_{apo} af Spændingerne i Spændarmeringen svarende til, at Betonspændingerne er lig med Nul.

I Ligning (17.4.7-8) betegner n_p og n_1 Spændarmeringens og den ikke-forspændte Armerings Elasticitetskoefficient divideret med Betonens Elasticitetskoefficient E'_b . Værdien af Betonens Elasticitetskoefficient fastlægges under Hensyntagen til eventuel Krybning.

Af Ligning (17.4.4-8) faas ved Elimination af N'_b , N_{apc} , N_{a1} og σ'_b :

$$b N_1 x^3 + 3 b (e_1 N' - h_p N_{apon}) x^2 + 6 (e_{ap} N' \Sigma n A + n_1 A_1 N_1 \Delta h) x - 6 (e_{ap} N' \Sigma n A h + n_1 A_1 h_1 N_1 \Delta h) = 0 \quad (17.4.9)$$

idet følgende Betegnelser er indført:

$$N_1 = N_{apon} + N' \quad (17.4.10)$$

$$e_1 = e_{ap} - h_p \quad (17.4.11)$$

$$\Sigma n A = n_p A_p + n_1 A_1 \quad (17.4.12)$$

$$\Delta h = h_1 - h_p \quad (17.4.13)$$

$$\Sigma n A h = n_p A_p h_p + n_1 A_1 h_1 \quad (17.4.14)$$

Den geometriske Betydning af e_1 og Δh fremgaar af Fig. 17.4.1.

I Ligning (17.4.9) er alle indgaaende Størrelser undtagen x kendt, saa x kan bestemmes af denne Ligning.

Af Ligning (17.4.4), (17.4.6-8), (17.4.10), (17.4.12) og (17.4.14) faas ved Elimination af N'_b , N_{apc} , N_{a1} , N_{apon} og N' :

$$\sigma'_b = \frac{2xN_1}{bx^2 - 2(\Sigma nAh - x\Sigma nA)} \quad (17.4.15)$$

I Henhold til Fig. 17.4.1 er

$$\epsilon_{a1} = \frac{\sigma'_b}{E'_b} \frac{h_1 - x}{x} \quad (17.4.16)$$

$$\Delta\epsilon_{ap} = \frac{\sigma'_b}{E'_b} \frac{h_p - x}{x} \quad (17.4.17)$$

Spændarmeringens totale Tøjning er

$$\epsilon_a = \epsilon_{ap} + \Delta\epsilon_{ap} \quad (17.4.18)$$

For $\Delta\epsilon_a$ i Ligning (17.4.2) indføres den største af Værdierne ϵ_{a1} og $\Delta\epsilon_{ap}$, som findes af Ligning (17.4.16-17), d.v.s. svarende til den Armering, som er nærmest Tværsnittets Underkant.

Det maa undersøges, om de fundne Værdier for σ'_b , ϵ_{a1} og ϵ_a med tilstrækkelig Nøjagtighed opfylder Forudsætningen om, at Materialerne i den foreliggende Situation kan antages lineær-elastiske.

Øges Normalkraftens Excentriciteter e_1 og e_{ap} mod uendelig samtidig med, at N' gaar mod Nul, idet Størrelserne $e_1 N'$ og $e_{ap} N'$ konvergerer mod Værdien M , faas i Grænsetilfældet

$$N' = 0 \quad (17.4.19)$$

$$e_1 N' = e_{ap} N' = M \quad (17.4.20)$$

Dette svarer til, at Tværsnittet er paavirket til ren Bøjning af et Bøjningsmoment M . For Størrelsen N_{apon} anvendes i det følgende den enklere Betegnelse N_{ap} .

Forudsættes Forspændingskraften N_{ap} at angribe i Spændarmeringens Tyngdepunkt, og forudsættes dette sammenfaldende med den ikke-forspændte Armerings Tyngdepunkt, bliver

$$\Delta h = 0 \quad (17.4.21)$$

$$h_1 = h_p = h \quad (17.4.22)$$

Forudsættes desuden

$$n_1 = n_p = n \quad (17.4.23)$$

giver Ligning (17.4.9-14):

$$bN_{ap}x^3 + 3b(M - hN_{ap})x^2 - 6Mn\Sigma A(h - x) = 0 \quad (17.4.24)$$

indføres

$$\beta = \frac{x}{h} \quad (17.4.25)$$

faas

$$\beta^3 + 3\left(\frac{M}{hN_{ap}} - 1\right)\beta^2 - 6\frac{M}{hN_{ap}}\frac{n\Sigma A}{bh}(1 - \beta) = 0 \quad (17.4.26)$$

Betonspændingen σ'_b ved den mest trykkede Kant bestemmes af

$$M = \frac{1}{2}\sigma'_b bx(h - \frac{x}{3}) = \frac{1}{6}\beta(3 - \beta)bh^2\sigma'_b \quad (17.4.27)$$

hvoraf

$$\sigma'_b = \frac{M}{\mu bh^2} \quad (17.4.28)$$

idet

$$\mu = \frac{1}{6}\beta(3 - \beta) \quad (17.4.29)$$

svarende til BK I, Ligning (7.31.30).

Af Ligning (17.4.17, 28 og 29) faas for $\Delta\epsilon_{ap} = \Delta\epsilon_a$

$$\Delta\epsilon_a = \frac{M}{bh^2E'_b} \frac{1 - \beta}{\mu\beta} = \frac{6M}{bh^2E'_b} \frac{1 - \beta}{\beta^2(3 - \beta)} \quad (17.4.30)$$

Naar β er bestemt af Ligning (17.4.26), kan $\Delta\epsilon_a$ beregnes af Ligning (17.4.30).

Indføres Betegnelsen

$$\Sigma\varphi = \frac{\Sigma A}{bh} \quad (17.4.31)$$

kan Ligning (17.4.26) skrives paa Formen:

$$\frac{M}{hN_{ap}} = \frac{\beta^2 (3 - \beta)}{3\beta^2 - 6n(1 - \beta)\Sigma\varphi} \quad (17.4.32)$$

Da

$$0 < \beta \leq \frac{h_t}{h} \quad (17.4.33)$$

og

$$\frac{M}{hN_{ap}} > 0 \quad (17.4.34)$$

er

$$3\beta^2 - 6n(1 - \beta)\Sigma\varphi > 0 \quad (17.4.35)$$

Betingelserne (17.4.33) og (17.4.35) giver

$$\beta_o < \beta \leq \frac{h_t}{h} \quad (17.4.36)$$

hvor

$$\beta_o = n\Sigma\varphi \left(\sqrt{\frac{2}{n\Sigma\varphi} + 1} - 1 \right) \quad (17.4.37)$$

For en given Værdi af β varierer $n\Sigma\varphi$ i Henhold til Ligning (17.4.32) lineært med den relative Forspænding χ , defineret som:

$$\chi = \frac{2hN_{ap}}{3M} \quad (17.4.32a)$$

Appendiks Nr. 7 bagest i Bogen illustrerer denne Relation for en Række Værdier af β .

For givne Værdier af $n\Sigma\varphi$ og χ kan heraf afledes de tilsvarende Værdier af β .

Eksempelvis findes for $n\Sigma\varphi = 0,1$ og $\chi = 0,7$: $\beta = 0,641$.

For en given Værdi af μ er β bestemt af Ligning (17.4.29), hvorfor $n\Sigma\varphi$ varierer lineært med χ . Denne Sammenhæng er optegnet i Appendiks Nr. 8 bagest i Bogen. Heraf kan for givne Værdier af $n\Sigma\varphi$ og χ afledes de tilsvarende Værdier af μ , som bestemmer σ'_b .

Ligning (17.4.30) kan skrives paa Formen

$$\Delta\epsilon_a = \frac{M}{\mu_a b h^2 E'_b} \quad (17.4.38)$$

hvor

$$\mu_a = \frac{\beta^2 (3 - \beta)}{6(1 - \beta)} \quad (17.4.39)$$

For en given Værdi af μ_a er β bestemt af Ligning (17.4.39). Herved er som ovenfor fastlagt de lineære Afhængigheder mellem $n\Sigma\varphi$ og χ , som er optegnet i Appendiks Nr. 9 bagest i Bogen. For givne Værdier af $n\Sigma\varphi$ og χ kan heraf afledes de tilsvarende Værdier af μ_a , som indgaar i Beregning af $\Delta\epsilon_a$ og af den tilsvarende Øgning $\Delta\sigma_a$ af Armeringens Spænding.

Da Revnevidden er proportional med $\Delta\epsilon_a$ - se f.Eks. Ligning (17.4.2) - anskueliggør Appendiks Nr. 9 de væsentligste bestemmende Parametres Indflydelse paa Revnevidden.

Schweiziske Normer [68-62] foreskriver, at Revner fremkaldt af Brugslast højst medfører en Spændingsøgning i Armeringen af Størrelsen 1500 kp/cm². For Armering med en Elasticitetskoefficient paa $2,1 \cdot 10^6$ kp/cm² svarer dette til en Tøjningsændring af Størrelsen

$$\Delta\epsilon_a = \frac{1500}{2,1 \cdot 10^6} \approx 0,7 \text{ ‰}$$

For en Revneafstand Δl paa 13 cm svarer hertil i Henhold til BKII, Kapitel 15, en maksimal Revnevidde af Størrelsen

$$\text{Maks } w = 1,7 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 13 \approx 0,015 \text{ cm} = 0,15 \text{ mm}$$

De schweiziske Normers Forskrift forekommer saaledes hensigtsmæssig for Konstruktioner udsat for fugtig eller aggressiv Atmosfære, men for konservativ for Konstruktioner, som ikke er udsat for fugtig eller aggressiv Atmosfære. Hensynet til Fare for Udmattelse spiller dog tillige ind for dynamisk paavirkede Konstruktioner som omtalt i Afsnit 17.7.

I Afsnit 17.1.4 er anført, at Spændinger, Revnevidder etc. for delvis forspændte Konstruktioner kan beregnes som for ikke-forspændte Konstruktioner, hvis man til Tværnittets Snitkraft adderer den fiktive Kraft N_{apo} med modsat Fortegn og tager Hensyn til Armeringens Forhaandstøjning. Dette fører til samme Resultater som anført ovenfor, hvilket fremgaar af følgende Ræsonnement:

For statisk bestemte Konstruktioner angriber N_{apo} i Spændarmeringens Tyngdepunkt, og N_{apon} svarer derfor netop til den i Ligning (17.4.8) indgaaende Størrelse.

For statisk ubestemte Konstruktioner vil N_{apo} almindeligvis ikke angribe i Spændarmeringens Tyngdepunkt. Dette svarer til, at Tværsnittet er paavirket af et supplerende Bøjningsmoment (Forspændingsnitkraften) hidrørende fra Konstruktionens statiske Ubestemthed. Dette Bøjningsmoment har Karakter af et ydre Tværsnitsmoment, d.v.s. der er paa Forhaand taget Hensyn til det ved Bestemmelse af Excentriciteten af N' .

I Taleksempel Nr. 15.1 i BKII beregnes Revnevidden under den Forudsætning, at σ_a og $\Delta\epsilon_a$ kunde beregnes ud fra den Værdi af σ_a , som var fundet ved Dimensioneringen, d.v.s. med Spændingsfordeling svarende til det nominelle Brudstadium. Herved opnaaedes en Forenkling af Beregningen. Beregningen kan mere korrekt gennemføres under den ovenfor indførte Forudsætning, at Materialerne er lineær-elastiske, idet Beregningen udføres som angivet i BKI, Afsnit 7.31.1. Det fremgaar dog af Taleksempel Nr. 17.4.2, at Forskellen er uvæsentlig.

Taleksempel Nr. 17.4.1

Den maksimale Revnevidde ønskes beregnet for det i Taleksempel 17.2.1 og 17.3.1 behandlede Tværsnit, naar dette antages paavirket til ren Bøjning af et Moment af Størrelsen $M = 80$ Mpm. Idet M antages at svare til Langtidslast, regnes $n_p = n_1 = 20$, idet begge Armeringstypers Elasticitetskoefficient regnes at være $E_a = 2,1 \cdot 10^6$ kp/cm². Hertil svarer: $E_b = 1,05 \cdot 10^5$ kp/cm². Materialerne kan regnes lineær-elastiske for $\sigma_b < 150$ kp/cm² og for ϵ_a mindre end 2 ‰ for Tentorstaalet og 4 ‰ for Spændarmeringen. Der ses bort fra Trykarmering.

For det foreliggende Tilfælde er:

$$b = 0,4 \text{ m}$$

$$h_p = 0,90 \text{ m}$$

$$h_1 = 0,95 \text{ m}$$

$$\Delta h = 0,95 - 0,90 = 0,05 \text{ m}$$

$$A_1 = 24,5 \text{ cm}^2 = 0,00245 \text{ m}^2$$

$$A_p = 3 \cdot 5,3 = 15,9 \text{ cm}^2 = \underline{0,00159 \text{ m}^2}$$

$$A_1 + A_p = 0,00404 \text{ m}^2$$

$$\Sigma n A = 20 \cdot 0,00404 = 0,0808 \text{ m}^2$$

$$\Sigma n A h = 20(0,00159 \cdot 0,90 + 0,00245 \cdot 0,95) = 0,07517 \text{ m}^3$$

$$N' = 0$$

$$N_1 = N_{apon} = 15,9 \cdot 5 = 79,5 \text{ Mp}$$

$$e_1 N' = e_{ap} N' = M = 80 \text{ Mpm}$$

Indføres disse Størrelser i Ligning (17.4.9) svarende til Enhederne Mp og m, faas:

$$31,8x^3 + 10,14x^2 + 39,95x - 37,19 = 0$$

$$x = 0,630 \text{ m}$$

Ligning (17.4.15):

$$\sigma'_b = \frac{2 \cdot 0,63 \cdot 79,5}{0,4 \cdot 0,63^2 - 2(0,07517 - 0,63 \cdot 0,0808)} = 909 \text{ Mp/m}^2 = 90,9 \text{ kp/cm}^2 < 150 \text{ kp/cm}^2$$

Ligning (17.4.16):

$$\epsilon_{a1} = \frac{90,9}{1,05 \cdot 10^5} \frac{95 - 63}{63} = 0,440 \text{ ‰} < 2 \text{ ‰}$$

Ligning (17.4.17-18):

$$\epsilon_a = 2,38 \cdot 10^{-3} + \frac{90,9}{1,05 \cdot 10^5} \frac{90 - 63}{63} = 2,75 \text{ ‰} < 4 \text{ ‰}$$

Afstanden fra Bjælkens Underside til Armeringens Tyngdepunkt er

$$\frac{24,5 \cdot 5 + 15,9 \cdot 10}{40,4} = 7,0 \text{ cm}$$

$$B_0 = 40 \cdot 7 \cdot 2 = 560 \text{ cm}^2 < \begin{cases} 100 \cdot 40,4 \text{ cm}^2 \\ \frac{3}{4} \cdot 40(100 - 63) \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$c = 5 - \frac{1}{2} \cdot 2,5 = 3,75 \text{ cm}$$

$$\Sigma \phi_p = 3 \sqrt{\frac{4 \cdot 5,3}{\pi}} = 7,8 \text{ cm}$$

Ligning (17.4.1):

$$\Delta l = 6 + \sqrt{\frac{3,75 \cdot 560}{\frac{7,8}{1,5^2} + \frac{5 \cdot 2,5}{0,8^2}}} = 15,56 \approx 16 \text{ cm}$$

Ligning (17.4.2):

$$\text{Maks } w = 1,7 \cdot 0,44 \cdot 10^{-3} \cdot 16 = 0,012 \text{ cm} = \underline{0,12 \text{ mm}}$$

Negligere Spændarmeringens Bidrag i Ligning (17.4.1), faas:

$$\Delta l = 6 + 0,8 \sqrt{\frac{3,75 \cdot 560}{5 \cdot 2,5}} = 16,37 \text{ cm}$$

En saadan Tilnærmelse fører til Værdier for Revneafstand og Revnevidde, som er mere paa den sikre Side. I dette Tilfælde er Forskellen kun 5%.

Taleksempel Nr. 17.4.2

Det i Taleksempel Nr. 15.1 i BKII betragtede Tilfælde ønskes beregnet under Forudsætning af, at Materialerne er lineær-elastiske. Antages $n = 20$, er i Henhold til Ligning (7.31.24):

$$n \phi = \frac{20 \cdot 31,4}{45 \cdot 84} = 0,166$$

Ligning (7.31.27):

$$\beta = 0,166 \left(\sqrt{\frac{2}{0,166} + 1} - 1 \right) = 0,434$$

$$x = 0,434 \cdot 84 = 36 \text{ cm}$$

$$h_t - x = 90 - 36 = 54 \text{ cm} > 46 \text{ cm}$$

(sammenlign Taleksempel Nr. 15.1).

Ligning (7.31.20):

$$\eta = 1 - \frac{1}{3} \cdot 0,434 = 0,855$$

Ligning (7.31.19):

$$\sigma_a = \frac{80 \cdot 10^5}{31,4 \cdot 0,855 \cdot 84} = 3550 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta \varepsilon_a = \frac{3550}{2,1 \cdot 10^6} = 1,7 \text{ ‰}$$

Ved Sammenligning med Taleksempel Nr. 15.1 ses:

$$\text{Maks } w = 0,040 \frac{1,7}{1,8} = 0,038 \text{ cm} = 0,38 \text{ mm} \approx 0,4 \text{ mm}$$

17.4.1 Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden

Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden kan som i Afsnit 17.3.1 illustreres ved at betragte Tværsnit, der er identiske bortset fra Værdien ϕ af Forspændingsgraden.

Det forudsættes, at det drejer sig om et Tværsnit med konstant Trykzonebredde paavirket til ren Bøjning, og at de i Ligning (17.4.20-23) udtrykte Betingelser er opfyldt, saa at Ligning (17.4.26-39) kan lægges til Grund.

Ligning (17.4.26) kan omskrives til

$$\frac{hN}{M} \frac{a_p}{\beta^2} (3 - \beta) = 3\beta^2 - \frac{6n \Sigma A}{bh} (1 - \beta) \quad (17.4.40)$$

hvor

$$\Sigma A = A_1 + A_p \quad (17.4.41)$$

Da det nominelle Brudmoment er uafhængig af ϕ , er

$$A_1 \sigma_{a1}^* + A_p \sigma_{ap}^* = A_{p1} \sigma_{ap}^* \quad (17.4.42)$$

hvor A_{p1} betegner den til $\vartheta = 1$ svarende Værdi af A_p .
Da Spændarmeringens Bidrag til Brudmomentet er proportional med ϑ , haves

$$A_p = \vartheta A_{p1} \quad (17.4.43)$$

Indføres Betegnelsen

$$\psi = \frac{\sigma_{ap}^*}{\sigma_{a1}^*} \quad (17.4.44)$$

faas af Ligning (17.4.42-44):

$$\Sigma A = A_{p1} [\psi - \vartheta (\psi - 1)] \quad (17.4.45)$$

Den til $\vartheta = 1$ svarende Værdi af N_{ap} betegnes N_{ap1} . Forudsættes σ_{ap} uafhængig af ϑ , bliver

$$N_{ap} = \vartheta N_{ap1} \quad (17.4.46)$$

Med Betegnelsen

$$\varphi_{p1} = \frac{A_{p1}}{bh} \quad (17.4.47)$$

giver Ligning (17.4.40) og (17.4.45-47):

$$\vartheta \frac{hN_{ap1}}{M} \beta^2 (3 - \beta) = 3\beta^2 - 6n\varphi_{p1} [\psi - \vartheta (\psi - 1)] (1 - \beta) \quad (17.4.48)$$

Ligning (17.4.48) er en Trediegradsligning i β , hvoraf β kan bestemmes for en given Værdi af ϑ , idet de øvrige Størrelser forudsættes kendt. Herefter kan $\Delta \epsilon_a$ beregnes af Ligning (17.4.30) og Revnevidden af Ligning (17.4.2).

Drejer det sig om at belyse, hvilken Indflydelse en Variation af ϑ har paa β og dermed paa Revnevidden, kan de gentagne Løsninger af Trediegradsligningen undgaas ved i Stedet at beregne ϑ for givne Værdier af β , idet Ligning (17.4.48) løses med Hensyn til ϑ :

$$\vartheta = \frac{3\beta^2 - 6n\varphi_{p1} \psi (1 - \beta)}{\frac{hN_{ap1}}{M} \beta^2 (3 - \beta) - 6n\varphi_{p1} (\psi - 1) (1 - \beta)} \quad (17.4.49)$$

Metoden er illustreret i Taleksempel Nr. 17.4.3.

Man kan gaa frem paa tilsvarende Maade, hvis man vil belyse, hvilken Indflydelse de andre Parametre ($n\varphi_{p1}$, hN_{ap1}/M og ψ) har paa Revnevidden.

Ved Vurdering af Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden kan Revneafstanden tilnærmelsesvis regnes konstant. Dette svarer til, at Revnevidden regnes at være proportional med $\Delta \epsilon_a$:

$$w \sim \Delta \epsilon_a \quad (17.4.50)$$

En Beregning af Forspændingsgradens Indflydelse paa β og Revnevidden giver tillige Oplysning om den tilsvarende Variation af Betontspændingen σ_b ved den mest trykkede Kant. Da Størrelsen $\frac{M}{bh^2}$ her forudsættes konstant, er σ_b i Henhold til Ligning (17.4.28) omvendt proportional med μ , som er givet ved Ligning (17.4.29).

Grænsetilfældet $\vartheta = 0$ svarer i Henhold til Ligning (17.4.49) til

$$\beta^2 - 2n\varphi_{p1} (1 - \beta) = 0 \quad (17.4.51)$$

Da i dette Tilfælde $A_p = 0$, giver Ligning (17.4.47) og (17.4.45):

$$\psi \varphi_{p1} = \frac{A_{p1}}{bh} = \varphi \quad (17.4.52)$$

svarende til BK I, Ligning (7.31.21).

Af Ligning (17.4.51-52):

$$\beta = n\varphi \left[\sqrt{\frac{2}{n\varphi} + 1} - 1 \right] \quad (17.4.53)$$

svarende til BK I, Ligning (7.31.27).

En simpel, tilnærmet Beregning af Revneviddens Afhængighed af Forspændingsgraden ϑ kan gennemføres ved at antage, at $\Delta \epsilon_a$ og w varierer lineært med ϑ fra Værdien w_0 for $\vartheta = 0$ (ikke-forspændt Tværsnit) til Værdien $w = 0$ for $\vartheta = \vartheta_1$, d.v.s. den Værdi af ϑ , som svarer til Grænsen for fuldstændigt forspændt Tværsnit eller Grænseværdien for, at Tværsnittet revner under Brugslast - sammenlign Slutning af Taleksempel Nr. 17.3.2. Det fremgaar af Taleksempel Nr. 17.4.3, at denne forenkede Beregning kan give en Tilnærmelse, som maa betragtes som fuldt tilfredsstillende i Betragtning af de Unøjagtigheder, som enhver Beregning af Revnevidder er behæftet med.

Taleksempel Nr. 17.4.3

Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden ønskes beregnet for det i Taleksempel Nr. 17.3.2 behandlede Tilfælde. Belastningen forudsættes at svare til Langtidslast. Derfor regnes:

$$n = 20$$

I Henhold til Taleksempel Nr. 17.3.2 er

$$h = 0,95 h_t$$

$$\psi = 2,5$$

Moment under Brugslast:

$$M = 0,86 b h_t^2 \sigma_b^*$$

$$N_{ap1} = A_{p1} \sigma_{ap} = 2 \cdot 10^{-3} b h_t \cdot 10^3 \sigma_b^* = 2 b h_t \sigma_b^*$$

$$\varphi_{p1} = \frac{2 \cdot 10^{-3} b h_t}{b \cdot 0,95 h_t} = 2,11 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{h N_{ap1}}{M} = \frac{0,95 h_t \cdot 2 b h_t \sigma_b^*}{0,86 b h_t^2 \sigma_b^*} = 2,21$$

$$6 n \varphi_{p1} = 6 \cdot 20 \cdot 2,11 \cdot 10^{-3} = 0,253$$

$$6 n \varphi_{p1} \psi = 0,253 \cdot 2,5 = 0,633$$

$$6 n \varphi_{p1} (\psi - 1) = 0,253 (2,5 - 1) = 0,380$$

Iøvrigt forudsættes

$$E_b^i = 10^4 \sigma_b^*$$

Ligning (17.4.49):

$$\beta = \frac{3\beta^2 - 0,633(1 - \beta)}{2,21\beta^2(3 - \beta) - 0,380(1 - \beta)}$$

$$\beta = 0 \text{ for}$$

$$\beta^2 + 0,211(\beta - 1) = 0$$

$$\beta = 0,366$$

Værdien af β for forskellige Værdier af β fremgaar af nedenstaaende Skema.

β	0,366	0,380	0,400	0,440	0,500	0,570	0,700	0,900	1,000
β	0	0,068	0,145	0,257	0,364	0,444	0,538	0,636	0,679
$\frac{1-\beta}{\beta^2(3-\beta)}$	1,796	1,639	1,442	1,130	0,800	0,545	0,266	0,059	0
$\frac{w}{w_0}$	1	0,913	0,803	0,629	0,445	0,303	0,148	0,033	0
μ	0,1607	0,1659	0,1733	0,1877	0,2083	0,2309	0,2683	0,3150	0,3333
$\sigma_b^i / \sigma_{b0}^i$	1	0,969	0,927	0,856	0,771	0,696	0,599	0,510	0,482
$10^3 \Delta \epsilon_a$	1,03	0,94	0,83	0,65	0,46	0,31	0,15	0,03	0
w (mm)	0,13	0,12	0,11	0,08	0,06	0,04	0,02	0,004	0

I Henhold til Ligning (17.4.50) og (17.4.30) vil Revnevidden w variere proportionalt med Størrelsen

$$\frac{1 - \beta}{\beta^2(3 - \beta)}$$

Denne Størrelse er beregnet i Skemaet, og af disse Værdier er beregnet den relative Revnevidde w/w_0 i Forhold til Revnevidden w_0 svarende til $\vartheta = 0$, d.v.s. til ikke-forspændt Tværsnit.

Desuden er beregnet Værdierne af μ i Henhold til Ligning (17.4.29) og de tilsvarende relative Kantspændinger (σ'_b/σ'_{b0}) i Forhold til Kantspændingen svarende til $\vartheta = 0$. Kantspændingerne er som nævnt omvendt proportionale med μ .

For $\vartheta = 0$ er i Henhold til Ligning (17.4.30):

$$\Delta \varepsilon_a = \frac{6 \cdot 0,86 b h_t^2 \sigma_b^*}{b(0,95 h_t)^2 \cdot 10^4 \sigma_b^*} \cdot 1,796 = 1,03 \text{ } \text{‰}$$

For de øvrige Værdier af ϑ er $\Delta \varepsilon_a$ beregnet i Skemaet ved Multiplikation med w/w_0 .

Forudsættes Revneafstanden Δl at have Størrelsen 13 cm uafhængig af ϑ , bliver Revnevidden i Milimeter i Henhold til BKII, Ligning (15.2):

$$w = 130 \Delta \varepsilon_a$$

Disse Værdier er angivet i Skemaet.

I Fig. 17.4.2 er illustreret Revneviddens Variation med Forspændingsgraden og den tilsvarende Variation af β og Betonspændingen σ'_b ved den mest trykkede Kant. Desuden er indtegnet Linien $\vartheta_1 = 0,63$, som i Henhold til Taleksempel 17.3.2 svarer til Revnemomentet for Langtidslast, d.v.s. Grænsen for fuldstændigt forspændt Tværsnit.

En Tilnærmelsesberegning svarende til, at w regnes at variere lineært med ϑ fra Værdien w_0 for $\vartheta = 0$ til $w = 0$ for $\vartheta = \vartheta_1$, fører til den i Fig. 17.4.2 med punkteret Linie angivne Relation, som ses at give en udmærket Tilnærmelse til den fuldt optrukne Kurve for w/w_0 .

En tilsvarende Beregning for et Tværsnit med dobbelt saa store Armeringstværsnit og under iøvrigt uændrede Forudsætninger viser, at den nævnte lineære Tilnærmelse i dette Tilfælde giver en lignende Overensstemmelse.

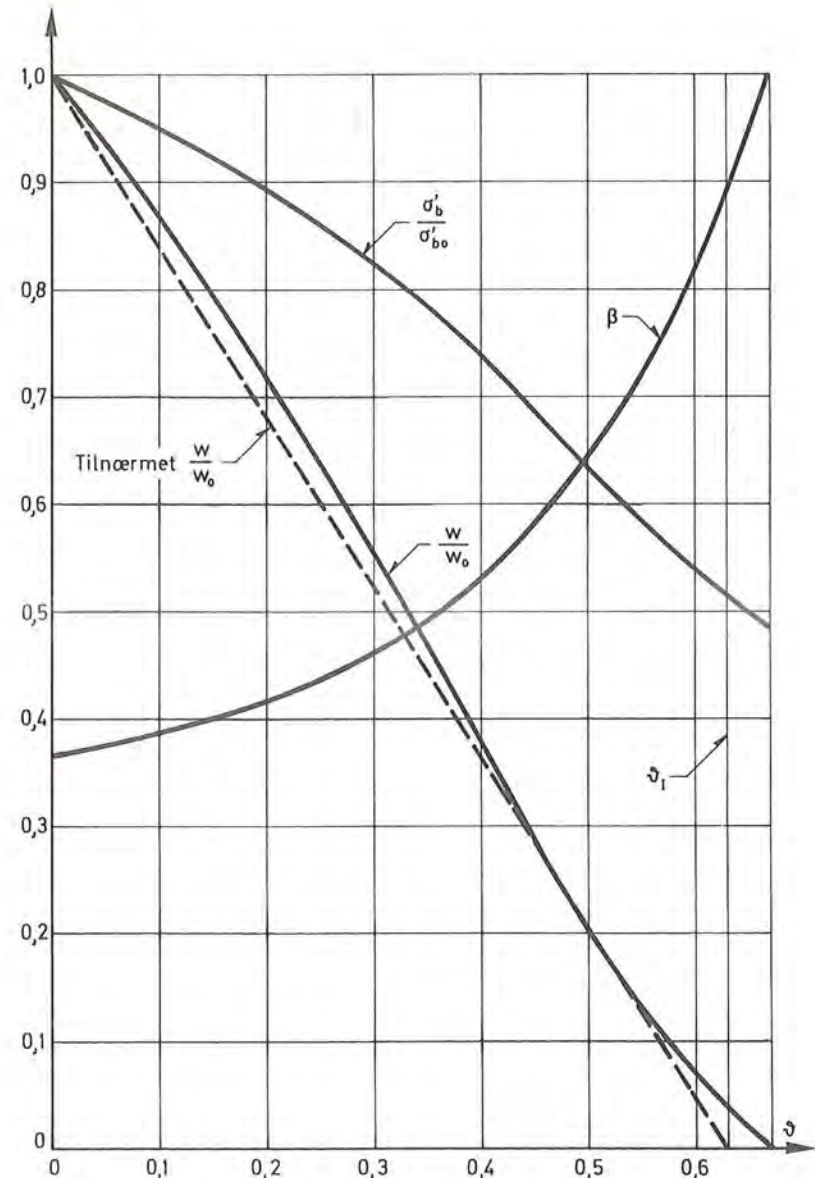


Fig. 17.4.2

17.4.2 T- og I-Profil

For T- og I-Profil kan Revnevidden beregnes af Ligning (17.4.2). Hvis Nytttehøjden for Spændarmeringen og den ikke-forspændte Armering er omtrent lige store, d. v. s.

$$h_t \approx h_p = h \quad (17.4.54)$$

kan en tilnærmet Værdi af Størrelsen $\Delta \epsilon_a$, der indgaar i Ligning (17.4.2), beregnes under følgende simplificerende Tilnærmelser:

Der ses bort fra Betonspændinger i Bjælkekroppen og i den eventuelle Underflange, og Resultanten af Betontrykspændingerne regnes at angribe midt i Trykflangen. Idet h_0 betegner Trykflangens Tykkelse, er det revnede Tværsnits Momentarm i saa Fald:

$$z = h - \frac{1}{2} h_0 \quad (17.4.55)$$

Er Tværsnittet paavirket til ren Bøjning af et Moment M, er Resultanterne af Armerings- og Betonspændingerne:

$$N_a = N'_b = \frac{M}{z} \quad (17.4.56)$$

Øgningen af N_a ud over Forspændingskraften N_{ap} er

$$\Delta N_a = N_a - N_{ap} \quad (17.4.57)$$

Den tilsvarende Spændingsøgning er:

$$\Delta \sigma_a = \frac{\Delta N_a}{\Sigma A} \quad (17.4.58)$$

Hertil svarer

$$\Delta \epsilon_a = \frac{\Delta \sigma_a}{E_a} \quad (17.4.59)$$

17.5 DEFORMATIONER

For Spændbetonkonstruktioner inklusive delvis forspændte Konstruktioner med kombineret Armering kan Deformationerne beregnes efter de i det følgende angivne Principper.

17.5.1 Deformationer før Revnedannelsen

Bøjningsmomentet M og Forspændingskraften N_{ap} medfører et Bidrag til Krumningen af det urevnede Tværsnit af Størrelsen

$$\frac{1}{r} = \frac{M - N_{ap} e_p}{E'_b I_I} \quad (17.5.1)$$

I dette Udtryk indføres:

- For N_{ap} : Den effektive Forspændingskraft under Hensyn til Spændingstab.
- For E'_b : Betonens Elasticitetskoefficient under Hensyntagen til Krybning.
- For I_I : Det urevnede Betontværsnits transformerede Inertimoment, idet Forholdet n mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoefficienter beregnes under Hensyntagen til Betonens Krybning.
- For e_p : N_{ap} 's Excentricitet i Forhold til det transformerede Betonareals Tyngdepunkt svarende til den for I_I angivne Værdi af n.

Hvis Forspændingssnitkraften - for statisk ubestemte Konstruktioner - er forskellig fra Nul, inkluderes dens Bidrag til Bøjningsmomentet i M. Dette svarer til, at man ved Beregning af e_p regner, at N_{ap} angriber i Spændarmeringens Tyngdepunkt.

Alternativt kan den til Forspændingssnitkraften svarende Parallelforskydning af N_{ap} (se Afsnit 17.1.2) tages i Regning ved Bestemmelse af e_p . I saa Fald skal Forspændingssnitkraften ikke inkluderes.

deres i M.

17.5.2 Deformationer efter Revnedannelsen

Krumningen svarende til revnet Tværsnit er

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon'_b}{x} = \frac{\sigma'_b}{x E'_b} \quad (17.5.2)$$

Her betegner ϵ'_b og σ'_b Tøjning og Spænding ved Betontværsnittets mest trykkede Kant fremkaldt af Snitkraft (inklusive Forspændingssnitkraft) og Forspænding, x den tilsvarende Nullniedybde og E'_b Betonens Elasticitetskoefficient under Hensyn til eventuel Krybning.

Størrelserne x og σ'_b kan beregnes som angivet i Afsnit 17.4 - Ligning (17.4.9) - (17.4.15).

Er Tværsnittet paavirket til ren Bøjning af et Bøjningsmoment M , og forudsættes Forspændingskraften N_{ap} at angribe i Spændearmeringens Tyngdepunkt, og forudsættes dette sammenfaldende med den ikke-forspændte Armerings Tyngdepunkt, kan x og σ'_b bestemmes af Ligning (17.4.25) - (17.4.29).

Ligning (17.5.2), (17.4.25) og (17.4.28):

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{bh^3 E'_b \beta \mu} \quad (17.5.3)$$

Indføres i denne Ligning M og μ ved Ligning (17.4.40) og (17.4.29), faas

$$\frac{1}{r} = \frac{2N_{ap}}{bh^2 E'_b} \cdot \frac{1}{\beta^2 - 2n(1-\beta)\Sigma\varphi} \quad (17.5.4)$$

Ligning (17.4.40) kan skrives paa Formen

$$M = \frac{1}{3} h N_{ap} \frac{\beta^2 (3-\beta)}{\beta^2 - 2n(1-\beta)\Sigma\varphi} \quad (17.5.5)$$

For et givet Tværsnit med given Armering og Forspænding er alle Størrelser paa højre Side af Ligningerne (17.5.4-5) kendt - bortset fra β . Med β som Parameter giver disse Ligninger saaledes en Fremstilling af Relationen mellem Moment (M) og Krumning ($\frac{1}{r}$) paa Parameterform. Parameteren β kan variere inden for Omraadet

$$\beta_0 < \beta \leq \frac{h_t}{h} \quad (17.5.6)$$

hvor

$$\beta_0 = n \Sigma \varphi \left(\sqrt{\frac{2}{n \Sigma \varphi} + 1} - 1 \right) \quad (17.5.7)$$

Da smaa Værdier af β - d.v.s. Værdier, som kun er lidt større end β_0 - svarer til store Værdier af M , er Forudsætningen om Materialernes lineære Elasticitet dog ikke opfyldt i hele det ved Betingelsen (17.5.6) bestemte Interval.

Metoden er illustreret i Taleksempel Nr. 17.5.2.

For $N_{ap} = 0$ bliver i Henhold til Ligning (17.4.40) og (17.5.7):

$$\beta = \beta_0 \quad (17.5.8)$$

Hertil svarer i Henhold til Ligning (17.4.29) og (17.5.3):

$$\mu = \mu_0 = \frac{1}{6} \beta_0 (3 - \beta_0) \quad (17.5.9)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{6M}{\beta_0^2 (3 - \beta_0) bh^3 E'_b} \quad (17.5.10)$$

Ovenstaaende Beregningsprincip, som afviger lidt fra det i BK II, Afsnit 16.2, for ikke-forspændte Konstruktioner angivne - Ligning (16.1.4) - (16.1.6) - giver i Henhold til nyere Forsøg [70-21] Værdier for Deformationerne, som er fuldt tilstrækkeligt nøjagtige for praktiske Beregninger.

Bidrag fra Svind kan beregnes som angivet i BK II, Afsnit 16.2, Ligning (16.1.38). For ren Bøjning er

$$z = \frac{M}{\frac{1}{2} b x \sigma'_b} \quad (17.5.11)$$

Ligning (16.1.38) og (17.5.11)

$$\frac{1}{r} = \frac{b x \sigma'_b \epsilon'_r}{2M} \quad (17.5.12)$$

For T- og I-Profiler kan en tilnærmet Værdi af Deformationen beregnes under de i Afsnit 17.4.2 angivne Forudsætninger, idet

$$\epsilon'_b = \frac{N'_b}{b h_o E'_b} \quad (17.5.13)$$

og

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{z} (\Delta \epsilon_a + \epsilon'_b) \quad (17.5.14)$$

Taleksempel Nr. 17.5.1

Simpelt understøttet Bjælke med Spændvidde $l = 15$ m, rektangulært Tværsnit og ensformigt fordelt Belastning. Tværsnit, Armering og Forspænding antages at svare til de i Taleksempel 17.2.1, 17.3.1 og 17.4.1 givne Værdier. Det maksimale Bøjningsmoment i Brugstilstanden (80 Mpm) regnes at svare til Langtidslast, saa Forholdet n mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoefficienter sættes lig med 20.

I Henhold til Taleksempel Nr. 17.3.1 overskrider Brugsmomentet Revnemomentet, saa Tværsnittet maa forudsættes revnet.

I Henhold til Taleksempel Nr. 17.4.1 er ved Bjælkemidte:

$$x = 0,630 \text{ m} = 63 \text{ cm}$$

$$\sigma'_b = 90,9 \text{ kp/cm}^2$$

$$E'_b = 1,05 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2$$

Ligning (17.5.2):

$$\frac{1}{r} = \frac{90,9}{63 \cdot 1,05 \cdot 10^5} = 1,37 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Krumningen aftager mod Bjælkens Understøtninger. Krumningen omkring Bjælkemidten har størst Indflydelse paa Nedbøjningen ved Bjælkemidte. Antages Krumningen - tilnærmelsesvis og paa den sikre Side - konstant, faas for Nedbøjningen ved Bjælkemidte:

$$f \approx \frac{1}{8} \cdot 1,37 \cdot 10^{-5} \cdot 1500^2 = 3,8 \text{ cm}$$

Hvis Betonens Svind-Tøjning er

$$\epsilon'_r = 3 \cdot 10^{-4}$$

giver dette i Henhold til Ligning (17.5.12) et Krumningsbidrag

$$\frac{1}{r} = \frac{40 \cdot 63 \cdot 90,9 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 80 \cdot 10^5} = 0,43 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Hertil svarer med lignende Tilnærmelser som ovenfor og paa den sikre Side et Bidrag til Nedbøjningen ved Bjælkemidte:

$$f \approx \frac{1}{8} \cdot 0,43 \cdot 10^{-5} \cdot 1500^2 = 1,2 \text{ cm}$$

hvorved den totale Nedbøjning bliver

$$f \approx 3,8 + 1,2 = 5 \text{ cm}$$

17.5.3 Forspændingsgradens Indflydelse paa Deformationerne

Forspændingsgraden ϑ har en afgørende Indflydelse paa Betonkonstruktioners Deformationer. Dette hænger sammen med ϑ 's Indflydelse paa Revnevidden og paa Deformationerne før Revnedannelsen.

Forholdene er belyst i Taleksempel Nr. 17.5.2, hvor der er gjort Rede for Deformationernes Afhængighed af Bøjningsmomentet M og af Forspændingsgraden ϑ . De betragtede Tværsnit svarer til dem, for hvilke Revnelast og Revnevidde undersøgtes i Taleksempel Nr. 17.3.2 og 17.4.3. For Overskuelighedens Skyld er dog i Taleksempel Nr. 17.5.2 set bort fra Betonens Svind. Det fremgaar af BKII, Afsnit 16.2, og Taleksempel Nr. 16.1.1 samt af Taleksempel Nr. 17.5.1, hvordan Svindets Bidrag til Deformationerne kan beregnes.

Forspændingsgradens Indflydelse paa Deformationerne kan opdeles i følgende Bidrag:

Et Bidrag svarende til Deformationen fra Forspændingen før Revnedannelsen. Dette Bidrags numeriske Værdi øges med Forspændingsgraden, og det vil almindeligvis være modsat rettet de af Belastningen fremkaldte Deformationer. En lignende Virkning kan oftest fremkaldes ved at give Konstruktionen en passende Forhaandspil. I de specielle Tilfælde, hvor dette ikke er muligt, kan det nævnte Bidrag udnyttes med Fordel. Det gælder for Eksempel, hvis Spændbetonkonstruktionen skal understøtte en eksisterende Konstruktion og støbes paa Stedet i direkte Kontakt med denne Konstruktion. Spændbetonkonstruktionen kan da ved Forspændingen presses op mod den eksisterende Konstruktion, og Forspændingen kan afpasses saaledes, at Reaktionen mellem de to Konstruktioner svarer til den Belastning, Spændbetonkonstruktionen skal optage, samtidig med at dens Nedbøjninger er lig med Nul. Herved undgaar man de skadelige Deformationer i den eksisterende Konstruktion, som ellers vilde opstaa paa Grund af Nedbøjning af den understøttende Konstruktion fremkaldt af Vægten af den eksisterende Konstruktion.

For ens Tværsnit med samme Brudmoment og forskellig Forspændingsgrad vil det samlede Armeringstværsnit aftage med stigende Forspændingsgrad under Forudsætning af, at den nominelle Brudspænding er større for Spændarmeringen end for den ikke-forspændte Armering, og det transformerede Tværsnits Inertimoment og dermed Stivheden vil ligeledes aftage noget. Dette Forhold er dog kun af uvæsentlig Betydning.

Revnerne medfører Bidrag til Deformationerne og Reduktion af Stivheden. Da Revnelasten øges med Forspændingsgraden ϑ , vil Deformationsbidraget svarende til revnet Tværsnit aftage for stigende ϑ . Stivheden øges derfor med ϑ indtil den Værdi ϑ_1 af ϑ , som er tilstrækkelig til at forebygge Revner. Denne Grænseværdi af ϑ kan være væsentligt mindre end 1 (sammenlign Slutningen af Taleksempel 17.3.2).

Taleksempel Nr. 17.5.2

For de i Taleksempel Nr. 17.3.2 og 17.4.3 behandlede Tværsnit ønskes beregnet Deformationernes Afhængighed af Bøjningsmoment M og Forspændingsgrad ϑ for $\vartheta = 0, 0,5$ og 1 . For Overskuelighedens Skyld ses bort fra Svindets Bidrag til Deformationerne,

Revnelast og Deformationer forudsættes at svare til Langtidslast, d. v. s.

$$n = 20$$

Revnelasten beregnes som i Taleksempel Nr. 17.3.2, idet dog ϵ'_b regnes lig med Nul. Revnemomenterne M_I er derfor givet ved:

$$\frac{M_I}{bh_t^2 \sigma_b^*} = \frac{W_{tf}}{bh_t^2} + 10^3 \frac{A_p}{bh_t} \cdot \frac{e_c}{h_t}$$

som er beregnet i nedenstaaende Skema:

ϑ	0	0,5	1
$\frac{e_c}{h_t}$	0,611	0,613	0,615
$10^3 \frac{A_p}{bh_t}$	0,000	1,000	2,000
$10^3 \frac{A_p}{bh_t} \frac{e_c}{h_t}$	0,000	0,613	1,230
$\frac{W_{tf}}{bh_t^2}$	0,222	0,205	0,189
$\frac{M_I}{bh_t^2 \sigma_b^*}$	0,222	0,818	1,419

For det ikke-forspændte Tværsnit ($\vartheta = 0$) faas i Henhold til BK II, Ligning (16.1.1), for det urevnede Stadium:

$$\frac{h}{r} = \frac{0,95 h_t M}{10^4 \sigma_b^* \cdot 0,1018 b h_t^3} = 0,933 \cdot 10^{-3} \frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*}$$

For dette Tværsnit er

$$n \Sigma \varphi = 20(5 - 3 \cdot 0) \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{0,95} = 0,1053$$

Ligning (17.4.37):

$$\beta_0 = 0,1053 \left(\sqrt{\frac{2}{0,1053} + 1} - 1 \right) = 0,365$$

Deformationer for det revnede Tværsnit i Henhold til Ligning (17.5.10):

$$\frac{h}{r} = \frac{6 \cdot 0,95 h_t M}{0,365^2 (3 - 0,365) b \cdot 0,95^3 h_t^3 \cdot 10^4 \sigma_b^*} = 1,894 \cdot 10^{-3} \frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*}$$

For Brugslasten er

$$\frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*} = 0,86$$

og

$$\frac{h}{r} = 1,894 \cdot 0,86 \cdot 10^{-3} = 1,63 \cdot 10^{-3}$$

En Beregning svarende til det i BKII, Afsnit 16.2, angivne Beregningsprincip - Ligning (16.1.4) - (16.1.6) - vilde have givet

$$\frac{h}{r} = 0,933 \cdot 10^{-3} \cdot 0,222 + \frac{(0,860 - 0,222) \cdot 1,894 \cdot 10^{-3}}{0,85} = (0,21 + 1,42) \cdot 10^{-3} = 1,63 \cdot 10^{-3}$$

altsaa samme Resultat som ovenfor.

For Belastninger, som kun er lidt større end Revnelasten, giver de to Metoder dog Resultater, som afviger en Del fra hinanden (se Fig. 17.5.1).

I Fig. 17.5.1 er for $\vartheta = 0$ optegnet Relationen mellem Moment og Deformationer. Med stiplet Linie er angivet den til BKII, Afsnit 16.2, svarende Relation.

For det fuldstændigt forspændte Tværsnit ($\vartheta = 1$) bliver i Henhold til Ligning (17.5.1):

$$\frac{h}{r} = 0,95 h_t \frac{M - 2 \cdot 10^{-3} b h_t \cdot 10^3 \sigma_b^* h_t (0,950 - 0,500 - 0,017)}{10^4 \sigma_b^* \cdot 0,0911 b h_t^3}$$

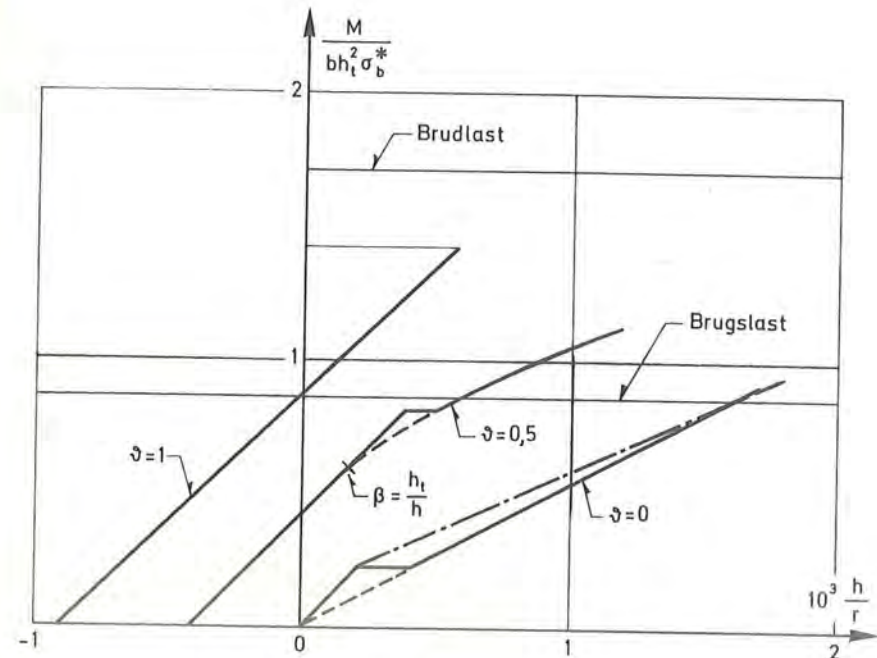


Fig.17.5.1

$$\frac{h}{r} = 1,043 \cdot 10^{-3} \left(\frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*} - 0,866 \right)$$

Den tilsvarende Linie er indtegnet i Figur 17.5.1.

For $\vartheta = 0,5$ faas i det urevnede Stadium i Henhold til Ligning (17.5.1):

$$\frac{h}{r} = 0,95 h_t \frac{M - 1 \cdot 10^{-3} b h_t \cdot 10^3 \sigma_b^* h_t (0,950 - 0,500 - 0,029)}{10^4 \sigma_b^* \cdot 0,0966 b h_t^3}$$

$$\frac{h}{r} = 0,983 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{M}{b h_t^2 \sigma_b^*} - 0,421 \right)$$

For det revnede Stadium faas:

$$2n \Sigma \varphi = 2 \cdot 20 (5 - 3 \cdot 0,5) \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{0,95} = 0,1474$$

$$\frac{2N_{ap}}{bhE'_b} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} bh_t \cdot 10^3 \sigma_b^*}{b \cdot 0,95 h_t \cdot 10^4 \sigma_b^*} = 0,2105 \cdot 10^{-3}$$

og

$$\frac{1}{3} h N_{ap} = \frac{1}{3} \cdot 0,95 h_t \cdot 1 \cdot 10^{-3} bh_t \cdot 10^3 \sigma_b^* = 0,3167 bh_t^2 \sigma_b^*$$

Ligning (17.5.4-5):

$$\frac{h}{r} = \frac{0,2105 \cdot 10^{-3}}{\beta^2 - 0,1474(1 - \beta)}$$

$$\frac{M}{bh_t^2 \sigma_b^*} = \frac{0,3167 \beta^2 (3 - \beta)}{\beta^2 - 0,1474(1 - \beta)}$$

I nedenstaaende Skema er paa Basis af de to sidste Ligninger beregnet nogle sammenhørende Værdier af Krumning og Moment:

β	0,5	0,6	0,8
$\beta^2 - 0,1474(1 - \beta)$	0,1763	0,3010	0,6105
$10^3 \cdot \frac{h}{r}$	1,194	0,699	0,345
$\frac{M}{bh_t^2 \sigma_b^*}$	1,123	0,909	0,730

I Figur 17.5.1 er Moment-Krumnings-Relationen for $\vartheta = 0,5$ indtegnet.

De resulterende Nedbøjninger er proportionale med Krumningerne. Ved Brugslasten faas for disse Nedbøjninger udtrykt i Procent af Nedbøjningen for den ikke-forspændte Bjælke ($\vartheta = 0$):

$$\text{For } \vartheta = 1 : - 0,4\%$$

$$\text{For } \vartheta = 0,5: 36\%$$

For de forspændte Bjælkers relative Stivhed i Forhold til den ikke-forspændte Bjælkes Stivhed findes som Gennemsnitsværdi inden for Intervallet ubelastet Tilstand til Brugslast:

$$\text{For } \vartheta = 1 : \frac{1,63}{0,90} \approx 1,8$$

$$\text{For } \vartheta = 0,5: \frac{1,63}{1,00} \approx 1,6$$

17.6 FORSKYDNING17.6.1 Forskydningsberegning

Beregning af delvis forspændt Beton paavirket til Forskydning kan gennemføres som angivet i BK II, Afsnit 14.42, bortset fra at den her angivne Betingelse for maksimal Bøjleafstand, Ligning (9.2.6.3) dog er ukorrekt og bør ændres til den i BK I angivne Værdi:

$$t \leq 0,7 h_t \operatorname{cosec} \alpha \quad (9.2.6.3)$$

I det følgende skal dog anføres nogle supplerende Bemærkninger, som vedrører saavel delvis forspændt Beton som Jernbeton uden Forspænding og Betonkonstruktioner med fuldstændig Forspænding.

I BK I er i Slutningen af Afsnit 7.47 nævnt, at Lejereaktionen kan motivere en lokal Reduktion af Forskydningsarmeringen, hvis Reaktionen fremkalder Tryk i Snit parallelle med Bjælkeaksen.

En saadan Reduktion maa ikke tages i Regning, hvis det f. Eks. drejer sig om en sekundær Bjælke understøttet paa en Hoveddrager, med mindre denne forsynes med en tilstrækkeligt kraftig lokal Bøjlearmering til Optagelse af den sekundære Bjælkes Lejereaktion.

17.6.2 Optimal Bøjlevinkel

Ved Valg af Vinklen α mellem Bøjlerne og Bjælakens Tyngdepunktsakse kan følgende Forhold tages i Betragtning:

Det fremgaar af BK I, Afsnit 7.43, Ligning (7.43.10-14), at Trykspændingen i Betonlamellerne aftager med α , hvilket kan være afgørende i Tilfælde af, at Forskydningsspændingen τ_b er høj. Dette Hensyn kan motivere Valg af en lav Værdi af α - f. Eks. $\alpha = 45^\circ$.

En god Udstøbning og Komprimering af Betonen sikres bedst ved Anvendelse af Bøjler, hvis Retning ikke afviger for meget fra lodret. For Bjælker, hvis Tyngdepunktsakse er vandret ved Støbningen, tæller dette Hensyn for at vælge en høj Værdi af α - f. Eks. $\alpha = 90^\circ$.

Skraabøjler med $\alpha = 45^\circ$ à 60° er bedre egnede til Begrænsning af Vidden af Skraarevner end Normalbøjler, d. v. s. Bøjler med $\alpha = 90^\circ$ (se f. Eks. [65-4]).

Hensyn til Materiale-Økonomi kan motivere, at Mængden af Bøjlearmering søges minimaliseret. Denne Mængde kan udtrykkes ved Bøjlevolumenet V pr. Længdeenhed af Bjælken, som kan udtrykkes ved

$$V = \frac{1 A_t}{2 t} \quad (17.6.1)$$

Her betegner:

- 1 Længden af Armeringsstang, der anvendes pr. Bøjle
- A_t To Gange Bøjlearmeringens Tværsnitsareal - jfr. BK II, Afsnit 14.42, Ligning (7.43.7)
- t Bøjleafstanden maalt parallelt med Bjælkeaksen,

Inden for de Omraader, hvor Forskydningsspændingerne er dimensionsbestemmende for Bøjlearmeringen, faas i Henhold til BK II, Afsnit 14.42, Ligning (7.43.7) og (14.42.4):

$$\frac{A_t}{t} = \frac{b_o (\tau_b - \tau_o - 0,1 \sigma_o^{**})}{\sigma_t^* (\cos \alpha + \sin \alpha)} \quad (17.6.2)$$

Det ved Ligning (17.6.2) givne Udtryk for Forskydningsarmeringens Afhængighed af α er saaledes betinget af de Forudsætninger, som i BK II, Afsnit 14.42, er lagt til Grund for Dimensionering over for Forskydning.

For $\alpha = 90^\circ$ (Normalbøjler) faas for Bøjlelængden:

$$l_{90} \approx 2(a_1 + b_1 + 10 \emptyset) \quad (17.6.3)$$

Her betegner:

- a_1 og b_1 : Højde og Bredde af Bøjle - se BK II, Afsnit 10.32, Fig. 10.32.1.
- \emptyset Nominel Bøjlediameter.

Størrelsen $10 \emptyset$ i Ligning (17.6.3) svarer til Længden af en indbukket

Ende af Bøjlen.

For Skraabøjler faas tilsvarende:

$$l = 2(a_1 \operatorname{cosec} \alpha + b_1 + 10 \varnothing) \quad (17.6.4)$$

Indføres den dimensionsløse, positive Størrelse:

$$\kappa = \frac{l_{90}}{2a_1} - 1 \cong \frac{b_1 + 10 \varnothing}{a_1} \quad (17.6.5)$$

som afhænger af den nominelle Bøjlediameter og Forholdet mellem Bjælkens Brede og Højde, giver Ligning (17.6.4-5):

$$l = 2a_1 (\kappa + \operatorname{cosec} \alpha) \quad (17.6.6)$$

Af Ligning (17.6.1), (17.6.2) og (17.6.6):

$$V = \frac{(\kappa + \operatorname{cosec} \alpha)}{(\cos \alpha + \sin \alpha)} \cdot \frac{a_1 b_0 (\tau_b - \tau_0 - 0,1 \sigma_b^*)}{\sigma_t^*} \quad (17.6.7)$$

Bøjlevinklens Indflydelse paa Mængden af nødvendig Bøjlearmering kan udtrykkes ved Forholdet ψ mellem nødvendig Bøjlearmering med Bøjlevinkel α og med Bøjlevinkel 90° (Normalbøjler). I Henhold til Ligning (17.6.7) faas:

$$\psi = \frac{\kappa + \operatorname{cosec} \alpha}{(\kappa + 1)(\cos \alpha + \sin \alpha)} \quad (17.6.8)$$

Fig. 17.6.1 illustrerer, hvordan ψ afhænger af α og κ .

For de i Praksis oftest anvendte Bjælker vil Værdien af κ ligge i Nærheden af 1.

Minimum af Bøjlearmering opnaas i saa Fald for

$$\alpha \cong 60^\circ \quad (17.6.9)$$

Som det fremgaar af de ovenfor anførte Betragtninger, fører de nævnte Hensyn til forskellige Værdier af den optimale Bøjlevinkel. Hvis ét Hensyn i et givet Tilfælde er tungtvejende, kan dette blive afgørende. I modsat Fald forekommer det nærliggende at tilstræbe et Kompromis ved f. Eks. at vælge $\alpha \cong 70^\circ$.

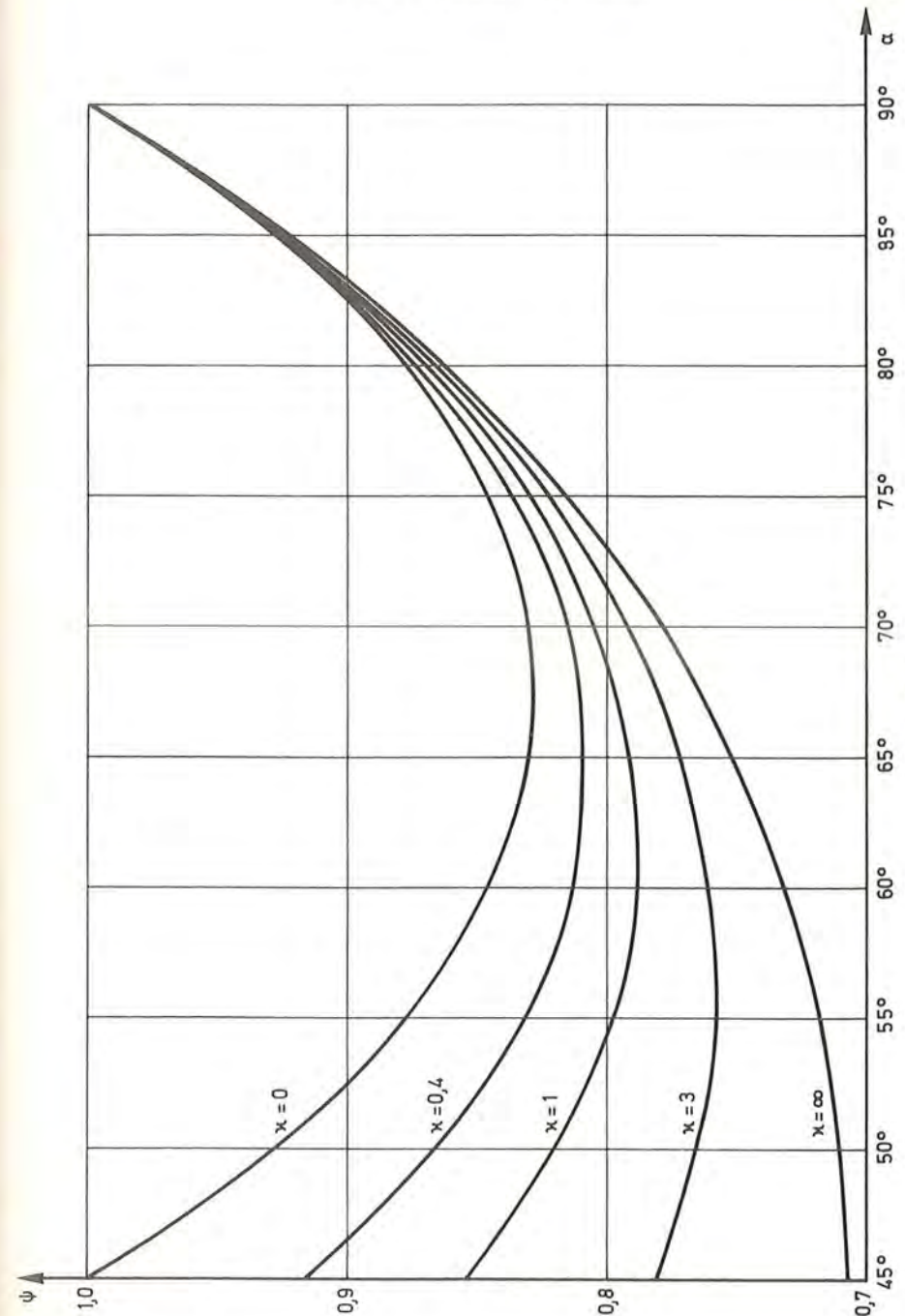


Fig. 17.6.1

17.7 UDMATTELSESPAAVIRKNING

17.7.1 Beregning af Spændingsvariation

For dynamisk paavirkede Betonkonstruktioner medfører Revnedannelse i Betonen øgede Spændingsvariationer i Armeringen og dermed øget Risiko for Udmattelsesbrud i Armeringen og dens Forankringer og eventuelle Stødforbindelser. Dette Forhold taler for Anvendelse af fuldstændig Forspænding ved dynamisk paavirkede Konstruktioner.

Hvis Revnelasten overskrides, svarer dette til, at Betontrækstyrkens Bidrag til Revnemomentet ved paafølgende Aflastninger og Genbelastninger er lig med Nul. Virkningen heraf kan f. Eks. illustreres ved først at betragte Indflydelsen paa den i Fig. 17.5.1 viste Moment-Krumnings-Relation. For $\delta = 0$ vil Krumningen efter en Belastning større end Revnelasten - ved paafølgende Aflastninger og Genbelastninger - variere proportionalt med Momentet under Forudsætning af, at Materialerne ikke har været paavirkede ud over de Grænser, inden for hvilke de er lineær-elastiske, saa at der ikke optræder plastiske Deformationer. For delvis forspændte Tværsnit vil Krumningen - under samme Forudsætninger - ved Aflastninger og Genbelastninger variere uden Spring. Dette svarer i Fig. 17.5.1 til, at den for $\delta = 0,5$ fuldt optrukne Moment-Krumnings-Relation med to Knæpunkter - for paafølgende Aflastninger og Genbelastninger skal erstattes af den Kurve, man finder ved at benytte Forudsætningerne for revnet Tværsnit helt til Grænsen $\beta = \frac{h_t}{h}$ (angivet som punkteret Kurve i Fig. 17.5.1). Tilsvarende Forhold gør sig gældende for Moment-Spændings-Relationen.

Det fremgaar af ovenstaaende Betragtninger, at en Udmattelsesberegning for Armeringen i en dynamisk paavirket Betonkonstruktion, som har været udsat for en Belastning, der har fremkaldt Revner i Betonen, maa baseres paa den Forudsætning, at Betontrækspændingernes Bidrag til Revnelasten er lig med Nul.

Spændingsvariationen i Armeringen kan beregnes under samme Forudsætninger, som blev lagt til Grund for Beregning af Revnevidder og Deformationer i Afsnit 17.4 og 17.5, d.v.s. revnet Beton-tværsnit og kileformet Fordeling af Betontrykspændingerne.

Som nævnt i BK II, Afsnit 15, er Spændingen i Armeringen

noget større ud for Revnerne end mellem disse paa Grund af Forbindelsen mellem Armering og Beton. De Armeringsspændinger, som beregnes under ovennævnte Forudsætninger, kan antages omtrent at svare til de Spændinger, der optræder ud for Revnerne. Det er disse Spændinger, der er afgørende for Udmattelsen. Forholdet mellem disse Spændinger og Gennemsnitsspændingerne vokser med Forankringsevnen, der som omtalt i BK I, Afsnit 8.4, afhænger af en Række Faktorer, hvoraf de vigtigste er Armeringens Dimension og Overfladebeskaffenhed, Betonstyrken og Normalspændingen i Kontaktfladen mellem Armering og Beton. For injicerede Spændarmeringskanaler har Injektionsmørtelens Styrke og - for Spændarmering i Blikrør - disses Overfladebeskaffenhed - herunder en eventuel Korrugering - Betydning.

En ringe Forankringsevne medfører store Revneafstande og store Revnevidder, og Revnerne udbreder sig hastigere mod den mest trykkede Kant. Dette medfører store Betontrykspændinger; men da Tværsnittets Momentarm øges, opnaas en lille Reduktion af Spændingerne i Trækarmeringen.

Medens en effektiv Forankring mellem Armering og Beton i mange Henseender er ønskelig, er den derfor principielt mindre hensigtsmæssig, hvis man tilstræber en høj Udmattelsesstyrke af Trækarmeringen i Betonkonstruktioner, hvori der forekommer Revner.

Forsøg [68-63] synes at bekræfte disse teoretiske Overvejelser. Ved Bedømmelse af saadanne Forsøgsresultater maa det dog tages i Betragtning, at den bedre Forankring ofte er opnaaet paa Bekostning af en Reduktion i Armeringens Udmattelsesstyrke stammende fra Armeringsstængernes Overfladestruktur (Ribber og lignende).

Vort Kendskab til Forholdet mellem de omtalte maksimale og gennemsnitlige Armeringsspændinger er saa mangelfuldt, at man maa afstaa fra at angive nogen Talværdier.

For enkeltsymmetrisk, revnet Tværsnit med konstant Trykzonebredde b paavirket til ren Bøjning er Armeringens Tøjningsændring $\Delta \epsilon_a$ (ud over dens Tøjning svarende til, at Betonens Spændinger er lig med Nul) givet ved Ligning (17.4.30) under Forudsætning af, at Forspændingskraften N_{ap} angriber i Spændarmeringens Tyngdepunkt, og at dette er sammenfaldende med den ikke-forspændte Armerings Tyngdepunkt. Heraf faas:

$$\Delta\sigma_a = E_a \Delta\varepsilon_a = nE_b' \Delta\varepsilon_a \quad (17.7.1)$$

$$\Delta\sigma_a = \frac{6nM}{bh^2} \cdot \frac{1-\beta}{\beta^2(3-\beta)} \quad (17.7.2)$$

Størrelsen β kan i Henhold til Ligning (17.4.32) bestemmes af Udtrykket

$$\frac{3M}{hN_{ap}} = \frac{\beta^2(3-\beta)}{\beta^2 - 2n(1-\beta)\Sigma\varphi} \quad (17.7.3)$$

Ligning (17.7.2-3):

$$\Delta\sigma_a = \frac{2nN_{ap}}{bh} \frac{1-\beta}{\beta^2 - 2n(1-\beta)\Sigma\varphi} \quad (17.7.4)$$

Størrelsen β kan beregnes af Ligning (17.7.3), idet alle øvrige Størrelser i denne Ligning er kendt. Derefter kan $\Delta\sigma_a$ bestemmes af Ligning (17.7.2) eller (17.7.4).

Indføres Betegnelsen μ_a i Henhold til Ligning (17.4.39), kan Ligning (17.7.2) skrives paa Formen:

$$\Delta\sigma_a = \frac{nM}{\mu_a bh^2} \quad (17.7.2a)$$

Værdien af μ_a kan findes af Appendiks Nr. 9 bagest i Bogen. Spændingen i Spændarmeringen er

$$\sigma_a = \sigma_{ap} + \Delta\sigma_a \quad (17.7.5)$$

Af Ligningerne (17.7.3-5) kan med β som Parameter beregnes sammenhørende Værdier af M og σ_a for $\beta \leq h_t/h$. Denne Relation er illustreret i Fig. 17.7.1 (den mellemste Kurve).

For den ikke-forspændte Armering er

$$\sigma_{a1} = \Delta\sigma_a \quad (17.7.6)$$

d.v.s. Kurvens Højde over Linien $\sigma_a = \sigma_{ap}$ (se Fig. 17.7.1)

For $\beta = 1$ er i Henhold til Ligning (17.7.4) $\Delta\sigma_a = 0$ og $\sigma_a = \sigma_{ap}$.

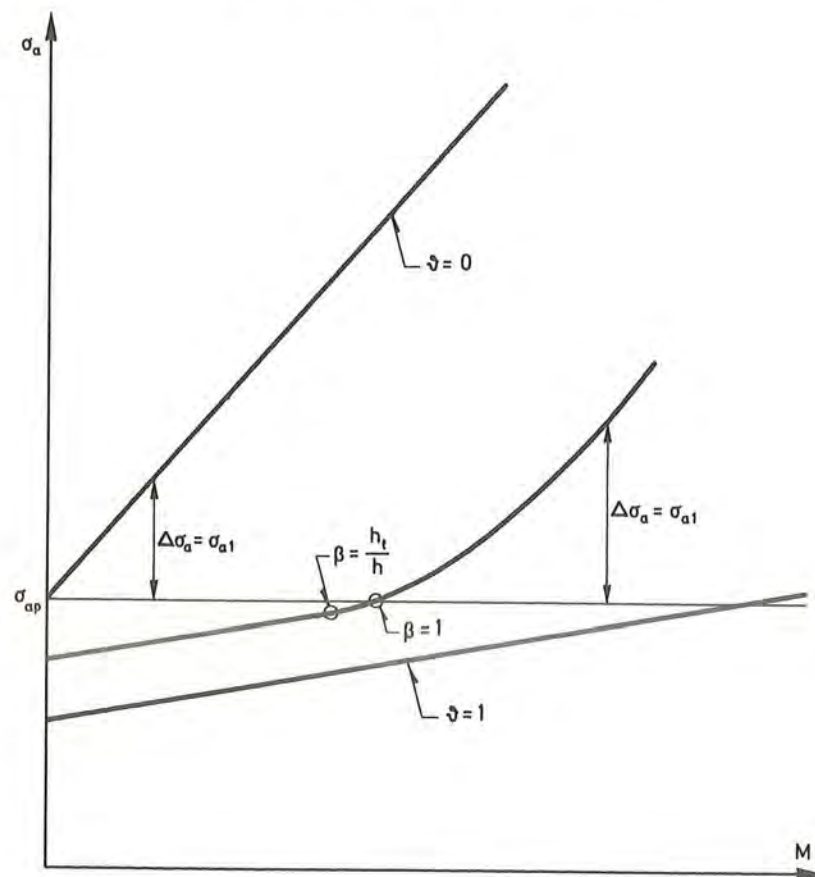


Fig. 17.7.1

Dette svarer efter Ligning (17.7.3) til

$$M = M_o = \frac{2}{3} h N_{ap} \quad (17.7.7)$$

For urevnet Tværsnit er

$$\frac{d\sigma_a}{dM} = \frac{ne_p}{I_t} \quad (17.7.8)$$

hvor e_p betegner Armeringens Excentricitet i Forhold til det trans-

formerede Betontværsnits Tyngdepunkt, og I_t betegner dette Tværsnits Inertimoment.

Den tilsvarende retliniede σ_a -M-Relation gaar gennem det til $\beta = h_t/h$ svarende Punkt af den til revnet Tværsnit svarende σ_a -M-Kurve (Fig. 17.7.1).

For revnet Tværsnit og $\beta = 0$ ($N_{ap} = 0$ og $\sigma_{ap} = 0$) er som omtalt i Afsnit 17.5.2:

$$\beta = n \Sigma \varphi \left(\sqrt{\frac{2}{n \Sigma \varphi} + 1} - 1 \right) \quad (17.7.9)$$

og $\sigma_a = \Delta \sigma_a$, hvoraf i Henhold til Ligning (17.7.2):

$$\sigma_a = \sigma_{a1} = \frac{6 n M}{b h^2} \frac{1 - \beta}{\beta^2 (3 - \beta)} \quad (17.7.10)$$

Den tilsvarende σ_a -M-Relation er i Fig. 17.7.1 indtegnet forskudt Stykket σ_{ap} i Ordinataksens Retning, saaledes at Spændingerne σ_{a1} er afbildet som $\Delta \sigma_a$ ligesom for den ikke-forspændte Armering i det generelle Tilfælde ($\beta \neq 0$) - jævnfør Ligning (17.7.6).

For fuldstændigt forspændte Tværsnit er σ_a -M-Relationen retliniet, og dens Hældning er givet ved Ligning (17.7.8). For $M = 0$ er i Henhold til SB, Ligning (2.13.1):

$$\Delta \sigma_a = - n \left(\frac{N_{ap}}{B_t} + \frac{N_{ap} e_p}{I_t p} \right) \quad (17.7.11)$$

$$\Delta \sigma_a = - \frac{n N_{ap}}{B_t} \left(1 + \frac{B_t e_p^2}{I_t p} \right) \quad (17.7.12)$$

Denne σ_a -M-Relation svarer til den rette Linie i Fig. 17.7.1, som er betegnet = 1.

For T- og I-Profilen kan en tilnærmet Værdi af $\Delta \sigma_a$ beregnes af Ligning (17.4.58) under de i Afsnit 17.4.2 angivne Forudsætninger.

Ved dynamisk Paavirkning kan ses bort fra Krybningens Bidrag til Betonens Deformationer. Der skal derfor for Forholdet n mellem Staalets og Betonens Elasticitetskoefficienter indføres en lav Værdi, f. Eks.

$$n = 7 \quad (17.7.13)$$

For en dynamisk paavirket Konstruktion kan efter de ovenfor angivne Principper beregnes de til de maksimale og minimale Momenter svarende Spændinger i Armeringen, og det kan undersøges, om disse ligger tilstrækkeligt langt fra Udmattelsesgrænsen.

Metoden er illustreret i Taleksempel Nr. 17.7.1.

Armeringens Spændingsvariationer aftager for voksende Værdier af Forspændingsgraden β . Dette Forhold fremgaar ligeledes af Taleksempel Nr. 17.7.1.

17.7.2 Udmattelsesstyrke for Armering og Forankringer

Den Spændingsvariation $\Delta \sigma_a$, som medfører Udmattelsesbrud i Spændarmeringen, afhænger dels af Armeringstypen, dels af Armeringens Middel- eller Minimalspænding. For de i Danmark mest anvendte Typer af Spændarmering - bortset fra Liner (strands) - opspændt til de til de paagældende Armeringstyper almindeligvis anvendte Forspændinger ligger den Spændingsvariation, som medfører Udmattelse ved 10^6 Pulsationer omkring

$$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 3000 \text{ à } 4000 \text{ kp/cm}^2 \quad (17.7.14)$$

I Henhold til russiske og belgiske Forsøg [68-63] er Udmattelsesstyrken for Liner klart mindre end for Forspændingstraad.

For de i Danmark anvendte Liner foreligger kun sparsomme Oplysninger. For en her i Landet meget anvendt Type $\frac{1}{2}$ " Liner af engelsk Fabrikat (Richard Johnson & Nephew Ltd.) opgives, at de med en Middelspænding paa ca. 11.200 kp/cm² kan modstaa 10^6 Pulsationer ved en Spændingsvariation af Størrelsen

$$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 2580 \text{ kp/cm}^2 \quad (17.7.15)$$

Ved Bedømmelse af Spændarmerings Udmattelsesstyrke maa det tages i Betragtning, at Udmattelsesstyrken af Armeringens Forankringer og eventuelle Stød-Forbindelser kan være væsentligt lavere end selve Spændstaalets Udmattelsesstyrke.

Kendskabet til Udmattelsesstyrkerne for de Forankringer og Stød, som anvendes til Spændarmering i Danmark, er ogsaa meget

mangelfuldt.

For et Forankringssystem for Kabler beslægtet med det schweiziske System BBRV (Knaphovedforankring) udførtes i 1969-70 ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske Højskole, en Forsøgsserie, som viste, at Spændingsvariationen, som ved en Middelspænding paa 9000 kp/cm² medførte Udmattelsesbrud efter 10⁶ Pulsationer, laa omkring

$$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 800 \text{ kp/cm}^2 \quad (17.7.16)$$

I Henhold til Forsøg med tyske Forankringssystemer [69-62] opstaar de fleste Udmattelsesbrud ved en Spændingsvariation af Størrelsen:

$$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 700 \text{ \AA } 1600 \text{ kp/cm}^2 \quad (17.7.17)$$

Ved Vurdering af disse Værdier bør det tages i Betragtning, at Spændarmering i Tyskland opspændes til en noget lavere Spænding end normalt anvendt i Danmark.

For den ikke-forspændte Armering er Udmattelsesstyrkerne angivet i BK I, Afsnit 3.4. For ren Udsvingspaavirkning ($\sigma_{a, \text{min}} = 0$) er for

Rundjern St. 37:	$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 2500 \text{ kp/cm}^2$
Dansk Kamstaal:	$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 2600 \text{ kp/cm}^2$
Tentorstaal:	$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 2400 \text{ kp/cm}^2$

(17.7.18)

I Henhold til de ovenfor anførte omtrentlige Udmattelsesstyrker synes Forankringernes Udmattelsesstyrke at være afgørende. Dette vilde ogsaa almindeligvis være Tilfældet, hvis der ikke var Forbindelse mellem Armering og Beton som f. Eks. ved uinjicerede Spændarmeringskanaler. En saadan Form for Spændarmering benyttes dog kun sjældent, og de anførte Forudsætninger for Beregning af Armeringsspændingerne er heller ikke opfyldte for disse Tilfælde.

Under Forudsætning af fornøden Forbindelse mellem Armering og Beton vil Spændingsvariationerne i Armeringen ved Forankringerne almindeligvis være betydeligt mindre end Armeringens maksimale Spændingsvariationer. Hvis Forankringerne er placeret uden for de

Omraader, hvor store Spændingsvariationer forekommer - hvilket oftest er Tilfældet - vil Faren for Udmattelse af Forankringen yderligere reduceres - almindeligvis i en saadan Grad, at Forankringens Udmattelsesstyrke ikke bliver afgørende.

For kombineret Armering er Spændingsvariationerne proportionale med Afstanden fra Nullinien. Da denne Afstand almindeligvis ikke er større for Spændarmeringen end for den ikke-forspændte Armering, vil dennes Udmattelsesstyrke oftest være afgørende, idet Spændarmeringens Udmattelsesstyrke dog kan være bestemmende, hvis Spændarmeringen bestaar af Liner.

I dynamisk paavirkede Konstruktioner, for hvilke den ikke-forspændte Armerings Bidrag til Styrken er uvæsentlig, d. v. s. Konstruktioner med en Forspændingsgrad $\xi \approx 1$, kan Hensynet til Udmattelsesstyrken motivere, at man undlader at anvende Liner, fordi Udmattelsesstyrken for Liner er noget lavere end for anden Spændarmering. Da disse Konstruktioner paa den anden Side oftest vil være urevnede i Brugsstadiet, er dette Hensyn ikke tungtvejende.

For fuldstændigt forspændte Konstruktioner er Spændingsvariationerne i Armeringen ved en dynamisk Paavirkning saa smaa, at man almindeligvis kan se bort fra Risiko for Udmattelsesbrud i Spændarmeringen og dens Forankringer og eventuelle Stødforbindelser.

Den i Afsnit 17.4 omtalte Forskrift i de schweiziske Normer [68-62], som begrænser Armeringens Spændingsstigning ved Revnedannelsen til 1500 kp/cm², vil almindeligvis give fornøden Sikkerhed mod Udmattelse af Armeringen; men nogle Forankrings- og Stød-Typer kan motivere en lavere Grænse.

Taleksempel Nr. 17.7.1

Det skal undersøges, om der er Risiko for Udmattelse ved dynamisk Paavirkning af de i Taleksempel Nr. 17.3.2, 17.4.3 og 17.5.2 behandlede Tværsnit.

For $\xi = 0,5$ og $n = 7$ bliver

$$2n \Sigma \varphi = 2 \cdot 7 \cdot (5 - 3 \cdot 0,5) \frac{10^{-3}}{0,95} = 0,0516$$

$$\frac{h_t}{h} = \frac{1}{0,95} = 1,053$$

$$N_{ap} = bh_t \sigma_b^*$$

Ligning (17.7.3-4):

$$\frac{M}{bh_t^2 \sigma_b^*} = \frac{0,95}{3} \frac{\beta^2 (3 - \beta)}{\beta^2 - 2n(1 - \beta) \Sigma \varphi}$$

$$\frac{\Delta \sigma_a}{\sigma_b^*} = \frac{14}{0,95} \frac{1 - \beta}{\beta^2 - 2n(1 - \beta) \Sigma \varphi}$$

For nogle Værdier af β er de af disse Ligninger bestemte Størrelser angivet i nedenstaaende Skema.

β	0,3	0,4	0,5	1	1,053
$\frac{M}{bh_t^2 \sigma_b^*}$	1,428	1,021	0,883	0,633	0,618
$\frac{\Delta \sigma_a}{\sigma_b^*}$	191,4	68,5	32,9	0	-0,7

Den tilsvarende Kurve er optegnet i Fig. 17.7.2

Ligning (17.7.8) og Taleksempel Nr. 17.3.2:

$$\frac{d\sigma_a}{dM} = \frac{7(0,950 - 0,500 - 0,011)h_t}{0,0882bh_t^3} = \frac{34,8}{bh_t^2}$$

En ret Linie med denne Hældning er i Fig. 17.7.2 tegnet gennem det til $\beta = h_t/h$ svarende Punkt af ovennævnte Kurve.

For $\vartheta = 1$ bliver tilsvarende:

$$e_p = (0,950 - 0,500 - 0,006)h_t = 0,444h_t$$

$$\frac{d\sigma_a}{dM} = \frac{7 \cdot 0,444h_t}{0,0861bh_t^3} = \frac{36,1}{bh_t^2}$$

og svarende til $M = 0$ i Henhold til Ligning (17.7.12):

$$\Delta \sigma_a = - \frac{7 \cdot 2bh_t \sigma_b^*}{1,014bh_t} \left(1 + \frac{1,014 \cdot 0,444^2}{0,0861} \right) = -45,9 \sigma_b^*$$

Denne Linie er vist i Fig. 17.7.2

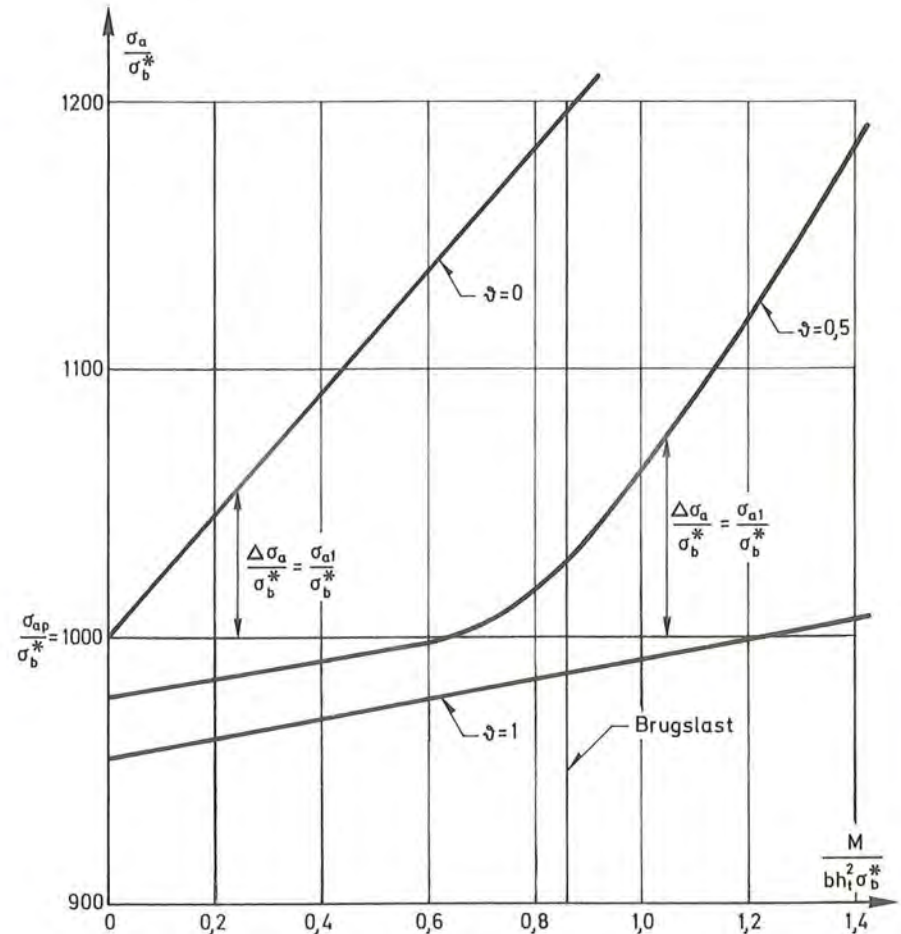


Fig. 17.7.2

For $\beta = 0$ er

$$n \Sigma \varphi = 7(5 - 3 \cdot 0) \frac{10^{-3}}{0,95} = 0,0368$$

Ligning (17.7.9):

$$\beta = 0,0368 \left(\sqrt{\frac{2}{0,0368} + 1} - 1 \right) = 0,237$$

Ligning (17.7.10):

$$\sigma_a = \frac{6 \cdot 7 M}{0,95^2 b h_t^2} \frac{1 - 0,237}{0,237^2 (3 - 0,237)} = 228,8 \frac{M}{b h_t^2}$$

Den tilsvarende Linie er vist øverst i Fig. 17.7.2

Forudsættes Tværnittene dynamisk paavirkede af et Moment, som varierer mellem Nul og Brugslast-Momentet $M = 0,86 b h_t^2 \sigma_b^*$, og antages, at $\sigma_b^* = 10 \text{ kp/cm}^2$, afledes af Fig. 17.7.2 nedenstaaende minimale og maksimale Spændinger i Spændarmeringen (σ_{ap}) og i den ikke-forspændte Armering (σ_{a1}):

σ_a i kp/cm^2	σ_{ap}		σ_{a1}	
	Min.	Maks.	Min.	Maks.
$\beta = 0$			0	1970
$\beta = 0,5$	9780	10280	- 220	280
$\beta = 1$	9540	9850	- 460	- 150

For den ikke-forspændte Armering er der størst Fare for Udmattelse for $\beta = 0$, medens Spændingsvariation for $\beta = 0,5$ og $\beta = 1$ er ubetydelig. Anvendes Tentorstaal, kan Udmattelsesgrænsen for $\beta = 0$ i Henhold til Ligning (17.7.18) regnes at svare til

$$\sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 2400 \text{ kp/cm}^2$$

Sikkerheden mod Udmattelse er derfor

$$\gamma_a = \frac{2400}{1970} = 1,22$$

For Spændarmeringen er:

$$\text{For } \beta = 1: \quad \sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 310 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{For } \beta = 0,5: \quad \sigma_{a, \text{maks}} - \sigma_{a, \text{min}} = 500 \text{ kp/cm}^2$$

Spændingsvariationen er saaledes væsentligt større for $\beta = 0,5$ end for $\beta = 1$; men selv for $\beta = 0,5$ ligger Spændingsvariationen langt under Armeringens Udmattelsesgrænse.

LITTERATUR

- [55-4] Dansk Ingeniørforenings Betonsektion; Nordisk Betonbibliografi 1900-1953 (udarbejdet af Poul Møller-Sørensen), Teknisk Forlag, København, 1955.
- [63-15] F. Leonhardt, R. Walther: Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 156, Berlin, 1963.
- [63-16] T. Y. Lin: Load-Balancing Method for Design and Analysis of Prestressed Concrete Structures. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 60, No. 6, June 1963, p. 719. Discussion, proc. vol. 60, No. 12, December 1963, p. 1843.
- [64-22] ACI Committee 334: Concrete Shell Structures. Practice and Commentary, Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 61, No. 9, September 1964, p. 1091.
- [64-23] Ned H. Burns: Moment Curvature Relationships for Partially Prestressed Concrete Beams. Journal of the Prestressed Concrete Institute, vol. 9, No. 1, February 1964, p. 52.
- [64-24] G. Rehm, H. L. Moll: Versuche zum Studium des Einflusses der Rissbreite auf die Rostbildung an der Bewehrung von Stahlbetonbauteilen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 169, Berlin, 1964.
- [65-32] R. Baus, A. Brenneisen: Essais de poutres précontraintes à l'aide de fils présentant de caractéristiques de déformations différentes. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, No. 214, Octobre 1965, p. 1402.
- [66-31] A. Brenneisen, F. Campus, N. Dehousse: Recherche expérimentale relative à la précontrainte partielle des poutres fléchies en béton armé. Annales des Travaux Publics de Belgique, No. 2, 1966.
- [66-32] Y. Guyon: Constructions en Béton Précontraint, I. Eyrolles, Paris, 1966.
- [68-58] V. Hahn und K. Hornung: Untersuchungen von Mörtelfugen unter vorgefertigten Stahlbetonstützen (Investigations on mortar joints under precast reinforced concrete columns). Betonstein Zeitung, Vol. 34, No. 11, November 1968, pp. 553-562.
- [68-59] Syed I. Husain and Phil M. Ferguson: Flexural Crack Width at the Bars in Reinforced Concrete Beams. Center for Highway Research, The University of Texas at Austin, June 1968.
- [68-60] K. T. Sundara Raja Jyengar, B. Vijaya Rangan, and R. Palaniswamy: Some factors affecting the shear strength of reinforced concrete beams. The Indian Concrete Journal, Vol. 42, No. 12, December 1968, pp. 499-505.

- [68-61] Z. A. Zielinski: Strength limits for reinforced concrete beam subjected to bending and high shear. Calcutta, The Ford Foundation Advisory Planning Group, 1968, pp. 1164-1193. (Reprinted from: Journal of the Institution of Engineers (India), Vol. 48, No. 7, Pt. C14, March 1968.
- [68-62] Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Sia 162. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein, 1968.
- [68-63] R. Baus and A. Brenneisen: The fatigue strength of Prestressing Steel. General Report, FIP Symposium on Steel for Prestressing, Madrid, 1968.
- [68-64] G. Rehm: Corrosion of Prestressing Steel. General Report, FIP Symposium on Steel for Prestressing, Madrid, 1968.
- [68-65] Y. Guyon: Constructions en Béton Précontrainte, II, Eyrolles, Paris, 1968.
- [68-66] G. Vigerust, P. Kr. Larsen: Steel Stresses in Prestressed Concrete after Initial Cracking. Betongtekniske Publikasjoner, No. 10, p. 21, Oslo, 1968.
- [69-48] Alfred Bishara: Prestressed Concrete Beams under Combined Torsion, Bending, and Shear. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 7, July 1969, pp. 525-538.
- [69-49] John F. Brotchie: A Criterion for Optimal Design of Plates. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 11, November 1969, pp. 898-906.
- [69-50] John A. Hribar and Raymond C. Vasko: End Anchorage of High Strength Steel Reinforcing Bars. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 11, November 1969, pp. 875-883.
- [69-51] Institution of Structural Engineers: The shear strength of reinforced concrete beams. London, Institution of Structural Engineers, 1969, pp. viii, 170.
- [69-52] International Conference on Shear, Torsion, and Bond in reinforced and prestressed concrete. The Indian Concrete Journal, Vol. 43, No. 4, April 1969, pp. 123-124, 148.
- [69-53] J. N. Kar: Shear strength of prestressed concrete beams without web reinforcement. Magazine of Concrete Research, Vol. 21, No. 68, September 1969.
- [69-54] Herbert Kupfer und Theodor Baumann: Staffelung der Biegezugbewehrung bei hohen Schubspannungen in schlanken Stahlbetonträgern mit I-Querschnitt. Beton- und Stahlbetonbau, 64. Jahrgang, Heft 12, Dezember 1969.
- [69-55] G. Morancay y C. Delmas: Ensayos de las articulaciones Freyssinet. Hormigón y acero, n. 91, 2, trimestre 1969, pp. 63-91.

- [69-56] Eduard Mönnig und Dieter Netzel: Zur Bemessung von Betongelenken. *Der Bauingenieur*, 44. Jahrgang, Heft 12, Dezember 1969, pp. 433-439.
- [69-57] George D. Nasser: A Look at Prestressed Flat Plate Design and Construction. *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, December 1969, Vol. 14, No. 6, p. 62-77.
- [69-58] PCI Committee on Connection Details: Summary of Basic Information on Precast Concrete Connections. *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, December 1969, Vol. 14, No. 6, pp. 14-58.
- [69-59] V. Rangan: Shear strength of reinforced concrete beams with uniformly distributed loads. *The Indian Concrete Journal*, Vol. 43, No. 1, January 1969, pp. 17-23.
- [69-60] R.N. Swamy: Shear failure in reinforced concrete beams without web reinforcement (Part 1). *Civil Engineering and Public Works Review*, Vol. 64, No. 751, February 1969, pp. 129-135.
- [69-61] Bruno Thürlimann, Reto Coflisch: Teilweise vorgespannte Bauteile. *Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Bericht Nr. 25, März 1969.*
- [69-62] Martin Mayer: Über die Dauerfestigkeit von teilweise vorgespannten Bauteilen. *Stahlbeton, Berichte aus Forschung und Praxis*. Wilh. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1969, p. 197.
- [70- 1] Comité Européen du Béton - Fédération Internationale de la Précontrainte: International recommendations for the design and construction of concrete structures. June 1970: FIP Sixth Congress, Prague, English edition.
- [70- 2] ACI Committee 318: Proposed Revision of ACI 318-63, Building Code Requirements for Reinforced Concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 2, February 1970, pp. 77-186.
- [70- 3] Alfred Bishara: Prestressed Concrete Beams Under Combined Torsion, Bending, and Shear. (Discussion by G.S. Pandit and author). *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, pp. 61-63.
- [70- 4] Stanislaw Bryl: Flat Slab Concrete Floors with Steel Shear Heads. *Steel*, 35th Year, No. 4, April 1970, pp. 183-189.
- [70- 5] Deutsche Gruppe der FIP: Brückenbau. *Beton- und Stahlbeton*, Jahrgang 65, Heft 5, Mai 1970, pp. 97-103.
- [70- 6] Robert H. Elvery and Muhamed Shafi: Analysis of Shrinkage Effects on Reinforced Concrete Structural Members. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, pp. 45-52.
- [70- 7] Richard W. Furlong: Design of Concrete Frames by Assigned Limit Moments. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 4, April 1970, pp. 341-353.

- [70- 8] Horst Gerstner: Zur Bemessung von Bauteilen aus Stahlleicht- und Spannlleichtbeton. *Bauplanung-Bautechnik*, 24. Jahrgang, Heft 2, Februar 1970, pp. 74-77.
- [70- 9] K.S. Gopalakrishnan, Adam M. Neville, and Amin Ghali: A Hypothesis on Mechanism of Creep of Concrete With Reference to Multiaxial Compression. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, pp. 29-35.
- [70-10] B.P. Hughes and J.E. Ash: Some Factors influencing the long term strength of concrete. *Matériaux et Constructions*, Mars-Avril 1970, No. 14, pp. 81-84.
- [70-11] P. Klug and F. Wittmann: The correlation between creep deformation and stress relaxation in concrete. *Matériaux et Constructions*, Mars-Avril 1970, No. 14, pp. 75-80.
- [70-12] James G. Mac Gregor, John E. Breen, and Edward O. Pfrang: Design of Slender Concrete Columns. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, p. 6-28.
- [70-13] ir. Th. Monnier en P.W. van de Haar: Constructief lichtbeton. *Cement* 1970, No. 3, pp. 120-132.
- [70-14] Glen S. Orenstein and Edward G. Nawy: Crack Width Control in Reinforced Concrete Two-Way Slabs Subjected to a Uniformly Distributed Load. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, pp. 57-60.
- [70-15] N.K. Raju: Effects of Stress Concentrations on the Static and Fatigue Strength of Concrete in Compression. *Matériaux et Constructions*, Mars-Avril 1970, No. 14, pp. 85-89.
- [70-16] J.J. Shideler: President's Memo: Standard Notations. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, p. N1.
- [70-17] R. B. L. Smith: Shear reinforcement of reinforced concrete beams subject to distributed loading. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 22, No. 70, March 1970, pp. 17-24.
- [70-18] J. Starke: Beitrag zur Ermittlung der Schubspannungen beim Spannbetonträger. *Zuschrift. Beton- und Stahlbetonbau*, Jahrgang 65, Heft 4, April 1970, pp. 95-96. (Hovedartiklen stod i *Beton- und Stahlbetonbau*, Heft 10, 1969, p. 243-244).
- [70-19] Milik Tichy: Discontinuity of the Strength in Bending and Shear of Reinforced Beams. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. Vol. 67, No. 3, March 1970, pp. 249-252.
- [70-20] Aron Zaslavsky and Chaim H. Avraham: Yield-Line Design of Rectangular Reinforced Concrete Balconies. *Journal of the American Concrete Institute*, proc. vol. 67, No. 1, January 1970, pp. 53-56.

- [70-21] A.W. Beeby, H.P.J. Taylor: Cracking in Partially Prestressed Members. Paper presented at the Sixth International Congress of the FIP, Prague, 6-13 June 1970.
- [70-22] E. Hampe, H. Köppler: Beitrag und Rechenhilfsmittel zur Ermittlung von Formänderungen gerissener Tragwerke mit Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens. IABSE Symposium, Design of Concrete Structures for Creep, Shrinkage, and Temperature Changes, Madrid 1970, Preliminary Publication, p. 299.
- [70-23] F. Leonhardt: Schub und Torsion im Spannbeton. 6. FIP-Kongress, Prag, 1970.
- [70-24] Avram: L'influence du degré de précontrainte et de l'elancement sur la capacité portante des poteaux en béton précontraint soumis à la compression centrée. Sixième Congrès de la FIP, Praha, 6-13 Juin 1970.
- [70-25] P. Launay, H. Gachon, P. Poitevin: Déformation et résistance ultime du béton sous étreinte triaxiale. Sixième Congrès International de la Précontrainte, Prague, 6-13 Juin, 1970.
- [70-26] F. Bremer: Festigkeits- und Verformungsverhalten des Betons bei mehrachsiger Beanspruchung. FIP Congress, Prag, 1970.
- [70-27] Bond test for reinforcing steel. I. Beam test. RILEM, materials and structures, mai-juin 1970, No. 15, pp. 169-174.
- [70-28] Hermann Bay: Die Achsverdrehung aus Torsion im Stadium II bei gleichzeitiger Einwirkung von Biegemoment, Querkraft und Normalkraft. Beton- und Stahlbetonbau No. 7, 1970, pp. 164-168.
- [70-29] Werner Fastenau, Fritz Leonhardt und Volker Hahn: Der Pressmuffenstoss für gerippte Bewehrungsstäbe. Beton- und Stahlbetonbau Nr. 7, 1970, pp. 168-171.
- [70-30] ACI Committee 504: Guide to Joint Sealants for Concrete Structures. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 67, No. 7, July 1970, p. 489.
- [70-31] Abstracts of ACI separate publications; Symposium on Structural Models. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 67, No. 7, July 1970, pp. 558-559.
- [70-32] Sargis S. Safarian and Ernest C. Harris: Determination of Minimum Wall Thickness and Temperature Steel in Conventionally Reinforced Circular Concrete Silos. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 67, No. 7, July 1970, pp. 539-547.
- [70-33] Sven-Erik Bjerking: Montering av armering. Rapport R 6: 1970. Statens institut för byggnadsforskning, Stockholm.

EMNEFORTEGNELSE OVER LITTERATUR

Armering	[54- 1] [65- 8] [66- 4] [67-26] [70-27]	[62- 8] [65-22] [67- 6] [67-30] [70-33]	[62-13] [66- 2] [67-23] [68-21]	[65- 7] [66- 3] [67-24] [68-41]
Armeringskrumning se under Krumning af Armering				
Armeringsstød	[62- 8] [68-17]	[63- 2] [68-19]	[67- 7] [68-22]	[68-16]
Armerings Udmattelsesstyrke	[68-63]			
Beton: Egenskaber - Styrke	[34- 1] [56- 2] [58- 5] [62- 1] [65-26] [69-24] [70-26]	[50- 1] [58- 1] [59- 1] [63-13] [66-10] [69-46]	[53- 1] [58- 3] [59- 2] [65- 2] [66-16] [70-10]	[56- 1] [58- 4] [61- 4] [65-21] [67-18] [70-25]
Betonkonstruktioner	[47- 2] [67-35]	[59-10] [70- 5]	[63-11] [70-32]	[64-22]
Bjælker	[28- 1] [59- 6] [60- 4] [62- 5] [63-14] [65-14] [66-11] [67- 5] [67-19] [67-32] [68- 2] [68-24] [68-38] [69- 5] [69-27] [69-43] [69-54] [70-17]	[45- 1] [59-10] [60- 5] [62- 6] [64- 7] [65-15] [66-12] [67-11] [67-20] [67-34] [68- 8] [68-26] [68-48] [69-18] [69-29] [69-48] [69-59] [70-19]	[51- 1] [60- 2] [60- 6] [62-11] [64-11] [65-18] [66-15] [67-12] [67-21] [67-38] [68- 9] [68-34] [68-55] [69-20] [69-30] [69-51] [69-60] [70-27]	[59- 3] [60- 3] [61- 5] [62-13] [64-15] [66- 9] [67- 2] [67-16] [67-27] [68- 1] [68-10] [68-36] [68-57] [69-21] [69-35] [69-53] [70- 3]
Brudlinieteori	[43- 1] [70-20]	[63- 6]	[64- 8]	[67- 8]
Bøjning og excentrisk Normal- kraft	[50- 2] [64- 7] [65-14] [67-13]	[51- 1] [64-11] [65-15] [68- 3]	[59- 6] [65- 3] [65-18]	[63-16] [65- 9] [67- 2]

Centralt Tryk	[64- 1]			
Charnierer	[59- 8] [69-56]	[65-17]	[65-27]	[66-24]
Deformationer	[50- 4] [65-29] [66-29] [68-31] [69- 9] [70-22]	[60- 6] [65-32] [66-30] [68-40] [69-10]	[63- 9] [66-21] [68- 7] [68-49] [69-14]	[63-10] [66-26] [68-15] [68-50] [69-20]
Delvis Forspænding	[59- 3] [65-30] [66-28] [68-33] [68-56] [69-42] [70-24]	[63- 7] [65-31] [66-31] [68-42] [69-14] [69-61]	[64-23] [66- 1] [67-36] [68-51] [69-18] [69-62]	[65-28] [66-25] [68-15] [68-52] [69-23] [70-21]
Dynamisk Belastning se under Udmattelsespaavirkning af Beton				
Dæklag	[59- 1]	[67-25]		
Element-Samlinger	[68-58]	[69-58]		
Excentrisk Normalkraft se under Bøjning og excentrisk Nor- malkraft eller under Søjler				
Elasticitets- og Styrkelære	[56- 2]	[61- 6]	[64- 8]	[67-33]
Forankring af Armeringen	[51- 3] [64- 6] [66-19]	[55- 2] [65- 4] [67- 4]	[55- 3] [65- 7] [68-18]	[57- 2] [65-16] [69-50]
Forankringens Udmattelsesstyrke	[68-63]			
Forbindelse mellem Armering og Beton	[49- 1]	[51- 4]	[55- 1]	[59- 7]
Forskalling	[69-37]			
Forskning	[65-25]			
Forskydning	[28- 1] [60- 3] [62- 4]	[58- 2] [60- 4] [62- 5]	[59- 3] [61- 5] [62- 6]	[59-11] [62- 2] [62-11]

fortsættes

Forskydning (fortsat)	[63- 7] [64-15] [65- 5] [65-14] [66- 9] [66-15] [67-12] [67-34] [68- 9] [68-60] [69-16] [69-26] [69-48] [69-54] [70-17] [70-28]	[63-15] [64-16] [65- 6] [65-23] [66-11] [66-17] [67-16] [67-37] [68-23] [68-61] [69-17] [69-27] [69-51] [69-59] [70-18]	[64- 5] [64-17] [65- 7] [65-24] [66-12] [67- 5] [67-19] [68- 1] [68-54] [69- 8] [69-21] [69-30] [69-52] [69-60] [70-19]	[64-14] [65- 4] [65-13] [66- 1] [66-13] [67-11] [67-21] [68- 2] [68-55] [69-12] [69-22] [69-47] [69-53] [70- 3] [70-23]
Forskydning i Spændbeton og delvis forspændt Beton	[59- 3] [65-14] [66- 5] [67-36] [68-43]	[60- 3] [65-28] [66-23] [68- 1] [69-18]	[63- 7] [65-31] [67-16] [68-15] [69-23]	[64-17] [66- 1] [67-21] [68-33]
Generelle Værker	[31- 1] [61- 2] [63- 5] [65- 1] [66- 8] [68- 5] [69-25]	[55- 4] [62- 9] [64- 2] [65- 2] [66-17] [68-65]	[58- 6] [63- 1] [64- 3] [65-11] [66-32] [69- 1]	[61- 1] [63- 4] [64- 4] [65-31] [67- 1] [69-24]
Injektion af Kabelgange	[57- 4]	[61- 7]	[63-12]	[63-13]
Kipning	[60- 2]	[62-12]		
Klæbning af Beton	[69-38]			
Kongresser	[67- 3] [70-31]	[67- 9]	[69-14]	[69-52]
Konsoller	[67-14]	[68-27]	[69-11]	
Korrosion	[64-24]	[67-39]	[68-64]	[69-62]
Krumning af Armering	[62- 8]	[65- 4]	[66- 3]	
Krybning	[58- 1] [67-18] [70-22]	[65-19] [69-33]	[65-20] [70- 9]	[65-21] [70-11]
Lejer	[59-10]	[65-17]	[67-32]	[69-55]
Letbeton	[70- 8]	[70-13]		

Lærebøger se under Generelle Værker				
Muffestød	[67- 7]	[68-17]	[68-19]	[70-29]
Nedbøjning se under Deformationer				
Normer og Rekommandationer	[59- 5] [63- 8] [66- 5] [67-15] [68-33] [69- 3] [69-41]	[62- 7] [64- 1] [66- 7] [68- 7] [68-40] [69- 4] [70- 1]	[63- 2] [64- 9] [66-23] [68-15] [68-43] [69- 9] [70- 2]	[63- 3] [64-19] [67-10] [68-25] [68-62] [69-23] [70-16]
Paddehatkonstruktioner	[59- 4] [68-35]	[63- 6] [69-39]	[64-20] [70- 4]	[67-29]
Partialkoefficienter	[64- 9]	[68- 4]		
Pladebjælker se under T-Bjælker				
Plader	[43- 1] [60- 1] [67- 8] [68- 6] [69-49]	[56- 4] [63- 6] [67-28] [68-32] [69-57]	[59- 4] [63-10] [67-31] [69-17] [70-14]	[59- 9] [66-21] [68- 3] [69-31] [70-20]
Plasticitetsteori	[43- 1] [62-10]	[56- 3] [63- 6]	[60- 1] [67- 8]	[61- 3]
Præfabrikerede Elementer, Samlinger	[68-58]	[69-58]		
Rammekonstruktioner	[61- 3]	[64-12]	[69-19]	[70- 7]
Revner	[50- 4] [66-22] [68-39] [69-10] [70-14]	[59- 1] [66-27] [68-47] [69-15] [70-21]	[64-24] [66-30] [68-59] [69-28] [70-22]	[65-26] [68-26] [68-66] [69-31]
Ringbjælke	[69- 7]			
Rotationskapacitet	[62-10]	[67- 2]	[68-20]	

Samling af præfabrikerede Elementer	[68-58]	[69-58]		
Sikkerhedsgrad	[68- 4]			
Skader	[65-10]	[66-26]	[69-42]	
Skiver	[65-18]	[69- 2]		
Spændbeton	[41- 1] [63- 8] [67- 7] [68-43] [69-29] [69-53]	[47- 2] [65-31] [68-28] [68-66] [69-34] [69-57]	[58- 8] [66- 5] [68-30] [69- 6] [69-47] [70-18]	[62- 3] [66-23] [68-33] [69-25] [69-52] [70-23]
Se igrønt under: Delvis Forspænding Forskydning i Spændbeton og delvis forspændt Beton Injektion af Kabelgange				
Strimmelmetoden	[56- 4]	[59- 4]	[60- 1]	[61- 2]
Støbeskel	[31- 1] [63-11]	[58- 8] [69-40]	[59- 1]	[59-11]
Stød i Armeringen	[62- 8] [68-19]	[63- 2] [68-22]	[67- 7]	[68-17]
Svejsning af Armering	[62- 8] [69-31]	[68-53]	[68-16]	[68-19]
Svind	[65-21]	[70- 6]	[70-22]	
Søjler	[47- 1] [57- 3] [63- 8] [66-18] [68-14] [68-44]	[50- 3] [62- 7] [64- 2] [66-20] [68-15] [70-12]	[51- 2] [63- 1] [64-18] [67-22] [68-25]	[53- 2] [63- 2] [66-16] [68-13] [68-29]
T-Bjælker	[62- 5] [65- 7] [68-45]	[63-15] [65-15] [68-46]	[64-11] [66-15] [69-12]	[64-15] [67-17]
Torsion	[60- 5] [67-27] [68-10] [68-36] [68-46] [69- 3] [69-14] [69-44] [70- 3]	[64-10] [67-33] [68-11] [68-37] [68-47] [69- 4] p. 709 [69-45] [70-23]	[65-12] [67-38] [68-12] [68-38] [68-48] [69- 5] [69-35] [69-48] [70-28]	[65-28] [68- 8] [68-24] [68-45] [68-57] [69-13] [69-36] [69-52]

- Udmattelsespaavirkning af Beton [34- 1] [64-12] [64-13] [67-12]
 [67-20] [69-32] [70-15]
- Udmattelsesstyrke for
 Armering og Forankringer [68-63]
- Vridning
 se under Torsion

FORFATTERINDEX

- Abeles, Paul W. [68-26] [68-56]
- Abrahamsson, E. [62-13]
- ACI [62- 2] [63- 2] [64-19] [64-22]
 [65- 9] [66-16] [66-29] [68- 7]
 [68-11] [69- 3] [69- 6] [69-13]
 [69-42] [69-45] [70- 2] [70-30]
 [70-31]
- Ananthanarayana, Y. [68- 9] [68-46] [69-36]
- Armstrong, W.E.J. [49- 1]
- Aroni, Samuel [68-30]
- ASCE [62- 2] [65- 9] [69- 6]
- Asce, M. [67-19]
- Ash, J.E. [70-10]
- Avraham, Chaim H. [70-20]
- Avram [70-24]
-
- Bachmann, Hugo [66- 1]
- Baker, A. L. L. [69-27]
- Balsara, J.P. [68-34]
- Baron, Mark J. [66- 9]
- Base, G.D. [59- 8] [59- 9] [64- 7] [65-27]
- Baumann, Theodor [69-54]
- Baus, R. [65-30] [65-32] [68-63]
- Bay, Hermann [70-28]
- Bazant, Z.P. [68-13]
- Becher [65-23]
- Beckett, Derrick [67- 2]
- Beeby, A.W. [68-31] [69- 9] [69-15] [70-21]
- Behera, Umakanta [69-43]
- Beresford, F.D. [67-29]
- Bernander, K.G. [55- 2] [63- 7]
- Bertero, Vitelmo V. [64-12]
- Birkeland, C.J. [67-27]
- Birkenmaier, M. [68-51]
- Bishara, Alfred [69-44] [69-48] [70- 3]

- Bjerking, Sven-Erik [70-33]
 Björkqvist, E. [67-30]
 Blakey, F. A. [63- 9] [63-10]
 Blom, K. E. [67-30]
 Branchini [65-26]
 Breen, John E. [65-16] [70-12]
 Bregler [61- 5]
 Bremer, F. [70-26]
 Brenneisen, A. [65-32] [66-31] [68-52] [68-63]
 Brenner, E. [34- 1]
 Bresler, B. [58- 3] [67-19]
 Brice, L. P. [67-37]
 Brink, Russel [67-31]
 Broms, B. [66-22]
 Brotchie, John F. [69-49]
 Brown, C. B. [69-28]
 Brown, Earl I. [68-26]
 Bryl, Stanislaw [69-39] [70- 4]
 Brøndum-Nielsen, Troels [61- 7] [66- 6] [67- 7] [69-24]
 [69-25]
 Burns, Ned H. [64-23]
 Burton, K. T. [68-21]
 Buø, Finn Olav [65-18]
 Bühner, Rudolf [58- 8]
 Bygningsteknik, Laboratoriet for [62- 1]

 Campus, F. [66-31]
 CEB [64- 1] [65-28] [66- 5] [66-18]
 [66-20] [66-23] [66-30] [67-25]
 [68-14] [68-15] [68-42] [69-23]
 [70- 1]
 Chambaud, R. [65-11]
 Chinn, J. [55- 3]
 Chung, H. W. [69-12]
 Clark, Arthur P. [51- 1]
 Coflisich, Reto [69-61]
 Corley, W. G. [68-32]
 Cowan, H. J. [53- 1] [65-12]

- Danesi, R. F. [68-20]
 Dansk Standard [59- 5] [62- 7] [66- 7] [68-18]
 Danske Staalvalseværk, Det [62- 8]
 Davies, J. D. [64- 4]
 Dehousse, N. [66-31]
 Delmas, C. [69-55]
 Depauw, V. [65-30]
 DIF [55- 4] [57- 4] [63- 3] [63- 8]
 [63-12] [64- 9]
 Dilger, Walter [65- 6]
 Dreger, W. [64-16]
 Dreux, M. G. [64-21]

 Efsen, Axel [54- 1] [56- 1] [57- 2] [59- 1]
 [59- 7] [63- 1]
 Elsaesser, H. G. [69-37]
 Elvery, Robert H. [70- 6]
 Entreprenørforeningen [66- 3] [67-26]
 Ernst, Walter [66- 2]
 Evans, R. H. [55- 1] [63- 5] [67-10] [69-12]

 Fastennau, Werner [68-19] [68-22] [70-29]
 Feld, Jacob [65-10]
 Fenwick, R. C. [68-55]
 Ferguson, P. M. [55- 3] [65- 1] [68-23] [68-59]
 FIP [63-11] [63-13] [66- 5] [66-23]
 [69-23] [70- 5]
 Finsterwalder, K. [65-21]
 Fischer, Gordon P. [64-10]
 Fling, Russel S. [68- 7]
 Forum, C. S. [65- 2]
 Franz, Gotthard [64- 3] [69- 1]
 Freitag, W. [67-14]
 Furlong, Richard W. [68-44] [70- 7]

- Gachon, H. [70-25]
 Gardner, Noel J. [68-29]
 Gardner, R.P.M. [60- 5]
 Gere, James M. [61- 6]
 Gerstle, Kurt H. [65- 8]
 Gerstner, Horst [70- 8]
 Gesund, Hans [68-24]
 Ghali, Amin [70- 9]
 Glarbo, Ole [56- 1]
 Goder, W. [57- 3]
 Gopalakrishnan, K.S. [70- 9]
 Graf, Otto [34- 1] [50- 1]
 Granholm, Hjalmar [65- 3] [65-22]
 Grieb, E. [67-31]
 Grosko, J.J. [68-20]
 Gueritte, T.J. [41- 1]
 Guillermo, E.C. [67-22]
 Guralnick, Sidney A. [67-20]
 Gurfinkel, German [67-13]
 Guyon, Y. [66-32] [68-65]
- Haar, P.W. van de [70-13]
 Hagberg, T. [67-32]
 Hahn, Volker [68-19] [68-22] [68-58] [70-29]
 Hald, A. [57- 1]
 Hamilton, M.F. [67-27]
 Hampe, E. [65-31] [70-22]
 Hampe, P.A. [68-34]
 Hannant, D.J. [69-33]
 Hanson, J.M. [68-21] [68-35] [69-18]
 Hanson, N.W. [68-35]
 Harris, Ernest C. [70-32]
 Haugli, F.R. [62-11]
 Hawkins, N.W. [68-32]
 Hillerborg, A. [56- 4] [59- 4] [60- 1]

- Hilsdorf, H. [65-21] [66-14]
 Hofbeck, J.A. [69- 8]
 Hognestad, E. [66-25] [68-21]
 Holmberg, Åke [59-10] [67- 4] [67-23]
 Hornung, K. [68-58]
 Hribar, John A. [69-50]
 Hsu, T.C. [68-10] [68-36] [68-37] [69- 4]
 Hughes, B.P. [70-10]
 Hulsbos, C.L. [66-10]
 Husain, Syed I. [68-59]
- Ibrahim, I.O. [69- 8]
 Institution of Structural Engineers,
 London [69-51]
 International Conference on
 Shear, Torsion, and Bond in
 reinforced and prestressed
 Concrete [69-52]
 Ionescu, M. [66-27]
- James, Merlin L. [64-13]
 Jayaraman, V. [68-45]
 Jensen, C.G. [66- 8]
 Johansen, K.W. [28- 1] [30- 1] [43- 1] [45- 1]
 [58- 1] [63- 6] [64- 8] [67-33]
 Johnson, Arne [50- 4]
 Jones, L.L. [59-11] [67- 8]
 Jundi, Nabil [69-32]
 Jurrack, Fritz [65-19]
 Jyengar, K.T. Sundara Raja [68-60]
- Kani, G.N.J. [58- 2] [66-13] [69-16]
 Kar, J.N. [69-53]
 Karni, J. [58- 4]
 Kelterborn, P. [69-38]

- Kemp, E. L. [69- 4]
 Kesler, Clyde E. [65-26] [66-14]
 Kierkegaard-Hansen, P. [61- 4]
 Klug, P. [70-11]
 Klus, John P. [68- 8]
 Klöppel, K. [57- 3]
 Kong, F.K. [67-10]
 Kornosz, T. [68-16]
 Kosiba, Richard J. [69-34]
 Krefeld, William J. [66-11] [66-12]
 Krell, W. C. [69-17]
 Krenchel, Herbert [59- 2] [67- 6]
 Kupfer, K.H. [67-17] [69-46] [69-54]
 Kuyt, B. [68-38]
 Köppler, H. [70-22]
- Lampert, Paul [67-38] [68-57]
 Larsen, Per Kristian [66-21] [68- 3] [68-66]
 Launay, P. [70-25]
 Leonhardt, Fritz [62- 3] [62- 4] [62- 5] [62- 6]
 [63-15] [64-16] [65- 4] [65- 5]
 [65- 6] [65- 7] [65-17] [66-24]
 [67-34] [67-35] [70-23] [70-29]
- Lerchenthal, C.H. [67-28]
 Lin, T. Y. [63-16]
 Lloyd, John P. [69-31]
 Lorentsen, Mogens [64-17] [65-14] [68-49] [68-50]
 Losberg, Anders [67- 1] [69-41]
 Lutes, Loren D. [64-13]
 Löwenkrantz, Christer [68-17]
- MacClure, Georg [64-12]
 MacGregor, James G. [60- 3] [67-11] [67-19] [69-18]
 [70-12]
 MacHenry, D. [58- 4]
 Madsen, Henning T. [66-17]

- Magura, Donald D. [66-25]
 Mains, R.M. [51- 4]
 Martin, H. [68-39]
 Martin, Victor M. [68-24]
 Mattock, Alan H. [59- 6] [67-27] [69- 5] [69- 8]
 Mayer, H. [62-11] [66-26]
 Mayer, Martin [69-62]
 Mayoglou, B. [69- 5]
 Mehmel, A. [65-23] [67-14]
 Meyer, Erik V. [65- 2]
 Miles, J.R. [69- 9]
 Miller, Charles A. [67-20]
 Mills, D.G. [68-24]
 Mirza, M.S. [69-35]
 Moe, A. J. [68- 4]
 Moenaert, P. [65-29]
 Moll, H. L. [64-24]
 Monnier, Th. [70-13]
 Morancay, G. [69-55]
 Morrow, Joe W. [68-26]
 Mozer [65-26]
 Muller, Jean [62-12]
 Murdock, John W. [65-25]
 Mönnig, Eduard [69-56]
- Nasser, George D. [69-57]
 Navaratnarajah, V. [68-48]
 Nawy, E. G. [68-20] [68-47] [70-14]
 Netzel, Dieter [69-56]
 Neville, A.M. [60- 4] [70- 9]
 Nielsen, Jørgen [47- 1] [50- 3] [51- 3] [53- 2]
 Nielsen, L. Fuglsang [69-20]
 Nielsen, Mogens Peter [61- 3] [67- 5] [69- 2]
 Nilson, Arthur H. [64- 2]
 Nilsson, I. H. E. [69-19]

- Nordby, Gene M. [58- 5]
 Nordisk Betonforbund [68-43]
- Ojha, S.K. [67-16]
 Olesen, Svend Øivind [64- 6] [67-21] [68- 1]
 Olsen, Kurt [66- 8]
 Ople, F.S. [66-10]
 Orenstein, Glen S. [70-14]
 O'Rourke, C.E. [64- 2]
 Osburn, D.L. [69- 5]
- Palainiswamy, R. [68-60]
 Pannell, F.N. [69-29]
 Pauley, Thomas [68-55]
 PCI [68-25] [69-58]
 Perry, Ervin S. [69-32]
 Pettersson, Ove [60- 2]
 Pettersson, Tage [64-15]
 Pfeffermann, O. [65-29]
 Pfister, James F. [64-18]
 Pfrang, Edward O. [70-12]
 Pister, K.S. [58- 3]
 Places, Alexandra [69-26]
 Poitevin, P. [70-25]
 Poulsen, Ervin [69-20]
 Pucher, Adolf [61- 1]
- Rajagopalan, K.S. [68-23] [69-43]
 Raju, N.K. [70-15]
 Ramakrishnan, V. [68- 9] [68-45] [68-46] [69-36]
 Rambøll, B.J. [51- 2]
 Rangan, B. Vijaya [68-60] [69-59]
 Rasmussen, Bent Højlund [50- 2] [56- 3]

- Rausch, Ernst [65-24]
 Read, J.B. [64- 7] [69-15]
 Regan, P.E. [69-26] [69-27] [69-30]
 Rehm, Gallus [64-24] [68-39] [68-53] [68-64]
 Reimann, H. [65-17]
 Reis [65-26]
 Rejali, Hassan M. [69-31]
 RILEM [63-13] [70-27]
 Riley, Walter E. [68-28]
 Robinson, Arthur [67-13]
 Robinson, G.W. [55- 1]
 Robinson, J.R. [65-13] [68-54]
 Russwurm, Dieter [68-53]
 Rüsck, H. [62-11]
 Römer, B. [68-16]
- Saemann, J.C. [64-14]
 Safarian, Sargis S. [69- 7] [70-32]
 Sandbye, P. [69-11]
 Schweizerischer Ingenieur- und
 Architekten-Verein [68-62]
 Scovdele [61- 5]
 Seabold, Richard H. [67-12]
 Sexton, Cyril George [42- 2]
 Shafi, Muhamed [70- 6]
 Shideler, J.J. [70-16]
 Short, A. [67-15]
 Siess, C.P. [59- 3] [60- 3] [67-21]
 Sigalov, E. [62- 9]
 Singh, Awtar [65- 8]
 Smith, Gerald M. [64-13]
 Smith, R. B. L. [70-17]
 Soretz, Stefan [67-39]
 Sozen, M.A. [59- 3] [60- 3] [67-21]
 Speck, F. [69-40]
 Stanculescu, G. [66-27]

- Starke, Jens [69-47] [70-18]
 Starnberg [65-24]
 Strongin, S. [62- 9]
 Suenson, E. [31- 1]
 Swamy, R.N. [69-60]
- Tamberg, K.G. [68-12]
 Tanniru, V.N. [65-20]
 Taylor, H.P.J. [68- 2] [69-15] [70-21]
 Taylor, R. [66-15]
 Tepfers, Ralejs [66-19] [68-17] [68-41] [69-21]
 Thompson, J.N. [55- 3]
 Thurston, Charles W. [66-11] [66-12]
 Thürlimann, Bruno [63-14] [66- 1] [67-36] [68-57]
 [69-61]
 Tichy, Milik [70-19]
 Timoshenko, Stepen P. [56- 2] [61- 6]
 Trost, H. [67-18]
 Tulin, Leonhardt G. [65- 8]
- Urquhart, L.C. [64- 2]
- Wagner, Otto [58- 7]
 Wahl, Howard W. [69-34]
 Walters, J.R.V. [67-11]
 Walther, René [62- 4] [62- 5] [62- 6] [63-15]
 [64- 5] [64-16] [65- 6] [65- 7]
- Wantur, H. Zdenko [69-22]
 Warner, R.F. [63-14]
 Wascheidt, H. [66- 4]
 Washa, George W. [64-14]
 Vasko, Raymond C. [69-50]
 Vigerust, Gunnar [66-21] [68- 3] [68-66]
 Wilby, C.B. [63- 5]

- Wills, L. Goodwyn [69-10]
 Winter, George [60- 6] [64- 2]
 Wittmann, F. [70-11]
 Wood, R.H. [67- 8] [68- 6]
 Worth, P. [69- 4]
- Yu, C.W. [69-27]
 Yu, Wei-Wen [60- 6]
- Zaslavsky, Aron [70-20]
 Zia, Paul [64-10] [67-22]
 Zielinski, Z.A. [68-61]
 Zwoyer, E.M. [59- 3]
- Östlund, Lars [67-24]

ALFABETISK EMNELISTE

		Side
Afstand mellem Armeringsstænger	I	199
Afstandsholdere for Armering	I	197
Aksialt Tryk (Brudstadiet)	I	54, 70
Aksialt Tryk (Brugsstadiet)	I	50
Aksialt Træk	I	55
Arbejdslinie for Beton	I	12
Arbejdslinie for Dansk Kamstaal	I	30
Arbejdslinie for Rundjern	I	27
Arbejdslinie for Tentorstaal	I	33, 34
Armering	I	26
Armering i Bundter	I	200
Armering i Søjler	I	222
Armering, Kombineret	III	2
Armering med svejste Stød	I	191
Armering, Partialkoefficient	I	41
Armering, Udmattelsesstyrke	III	81
Armeringens Forankring og Stød	I	186
Armeringens Spændingsvariation	III	76
Armerings-Krumninger	I	194
Armeringsprocent	I	61
Armeringsstængers Forankringsevne	I	185
Armeringsstængers indbyrdes Afstand	I	199
Armeringsstængers indbyrdes Afstand i Plader	I	207
Armeringsstængers Stødlængde	I	187, 189
Balance-Tilstand	I	73
Bauschinger-Effekt	I	32
Beton, Partialkoefficient	I	41
Betondæklag	I	196
Betonens transformerede Tværsnitsareal	I	52
Betonteknologi	I	4
Betontrykspændingernes Fordeling ved Brudstadiet .	I	66
Beviklede Søjler	I	224

		Side
Bevægelig Belastning, Partialkoefficient	I	39
Bjælkebredde	I	211
Bjælker	I	211
Bjælker, Forskydningsarmering	I	213
Bjælker, Kipping	I	211
Bjælker, minimal Højde	I	211
Bjælker, Trykarmering	I	212
Bjælke-Søjle-Forbindelser	I	228
Brint-Skørhed	III	41
Brudkombinationer af Moment og Normalkraft	I	74
Brudlast	III	20
Brudlinieteorien	I	46, 48
Brudmoment for rektangulært Tværsnit med Trykarmering paavirket til ren Bøjning	I	114
Brudmoment for rektangulært Tværsnit uden Trykarmering paavirket til ren Bøjning	I	106, 107
Brudmoment for T-Bjælker	I	121
Brudstadie-Beregning	I	66
Brudstadie-Beregning, Generelt Beregningsprincip .	I	73
Brudstadiet	I	39
Brudstadiet, Aksialt Tryk	I	54, 70
Brudstadiet, Betontrykspændingernes Fordeling	I	66
Brudstadiet, Statisk ubestemte Konstruktioner	III	13
Brugsstadiet	I	38
Brugsstadiet, Centralt Tryk	I	50
Brugsstadiet, Statisk ubestemte Konstruktioner	III	9
Bue-Virkning (Forskydning)	I	148
Bue-Virkning (Forskydning i T-Bjælke-Flanger)	I	163
Bukke-Diameter for Armering	I	196
Bukning af Kamstaal	I	29
Bukning af Rundjern	I	28
Bukning af Tentorstaal	I	35
Bundet Armering	I	200
Bøjleafstand	I	146, 158
Bøjler	I	139
Bøjler i Søjler	I	223

		<u>Side</u>
Bøjler, svejste	I	142
Bøjler ved Stød i Aksialarmering	I	190
Bøjlers Dimensionering	I	213
Bøjlevinkel, Optimal	III	72
Bøjning kombineret med Vridning og Forskydning ..	II	12
Bøjningstrækstyrken (Beton)	I	7
Centralt belastet Søjle, Dimensioneringsformel	I	177
Centralt Tryk (Brudstadiet)	I	54, 70
Centralt Tryk (Brugsstadiet)	I	50
Centralt Træk	I	55
Cirkulære Tværsnit, Vridning	II	1
Cylinderstyrke	I	4
Deformationer	II	72, 75
	III	61
Deformationer efter Revnedannelse	III	62
Deformationer for T- og I-Profilere	III	64
Deformationer før Revnedannelse	III	61
Deformationernes Afhængighed af Forspændings- graden	III	65
Dekompressionstilstand	III	7
Delvis forspænding	II	40
	III	1
Delvis forspændt Beton, Forskydning	II	53
Delvis Indspænding	I	46
Diagonalt Træk-Brud	I	152
Dobbeltspændte Plader	I	48, 202
	II	18
Dobbeltspændte Plader, Hjørnekræfter	II	22
Dynamisk Belastning, Partialkoefficient	I	11
Dæklag	I	196

		<u>Side</u>
Egenspændinger	III	2
Elasticitetskoefficient for Beton	I	13, 23
Elasticitetskoefficient for Staal	I	37
Enkeltspændte Plader	I	201
Euler-Formlen	I	170
Excentrisk belastede Søjler	I	173
Flerakset Paavirkning af Beton	I	9
Flydeledsteorien	I	46
Flydespænding (Armering)	I	26, 29 32, 35
Forankring af Armering	I	186
Forankringer, Udmattelsesstyrke	III	81
Forankringsevne, Armeringsstænger	I	185
Forankringsevne, Udtrækningsforsøg	I	183
Forankringsfaktor	I	185
Forankringslængde	I	145
Forbindelse mellem Armering og Beton	I	182
Fordelingsarmering i Plader	I	201, 207
Forhaandskrumning i Søjler	I	173
Forskydning	III	72
Forskydning, Bue-Virkning	I	148
Forskydning, Gitter-Analogien	I	136
Forskydning i Plader	I	209
Forskydning i T-Bjælke-Flanger	I	162
Forskydning, Jernbeton, Spændbeton og delvis forspændt Beton	II	53
Forskydning kombineret med Bøjning og Vridning ..	II	12
Forskydning, K.W. Johansens Teori	I	150
Forskydning, Nyere Forsøg	I	151
Forskydning, Urevnet Stadium	I	128
Forskydning, Variabel Bjælkehøjde	I	159
Forskydningsarmering	I	132
Forskydningsarmering, Dimensionering	I	156

Side

Forskydningsarmering i Bjælker	I	213
Forskydningsberegning	III	72
Forskydningsbrud	I	152
Forskydnings-Tryk-Brud	I	152
Forskydnings-Træk-Brud	I	153
Forspændingsgrad	III	5
Forspændingsgradens Indflydelse paa Deformationer ..	III	65
Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnelasten ...	III	33
Forspændingsgradens Indflydelse paa Revnevidden ..	III	53
Forspændingsnitkræfter	III	2
Fripunkter	I	144
Fundamenter	I	231
Fundamenter, Uarmerede	I	232
Fundament-Søjle-Forbindelser	I	229
Gennemlokning af Plader	I	209
Gitter-Analogien	I	136
Hager paa Armering	I	186
Hjørnekræfter, dobbeltspændte Plader	II	22
Hjørner i Plader	II	205
Hovedspændinger	I	130
Huller i Plader	I	209
Hvilende Belastning, Partialkoefficient	I	39
Hvælvings-Virkning i Plader	I	202
Injektion af Spændarmeringskanaler	II	61
Injektionens Udførelse	II	63
Injektion i koldt Vejr	II	64
Injektionsmørtelens Blanding	II	63
Injektionsmørtelens Egenskaber	II	62
I-Profil, Deformationer	III	64

Side

I-Profil, Revnevidde	III	60
I-Profil, Udmattelsespaavirkning	III	80
K.W. Johansens Teori (Forskydning)	I	150
Kamstaal (Dansk)	I	29
Kamstaal (Svensk)	I	35
Karakteristisk Styrke (Beton)	I	40
Kipping af Bjælker	I	211
Klassifikation af Betonkonstruktioner	III	8
Kombineret Armering	III	2
Konstruktiv Udformning	I	182
Kontakt-Stød i Armering	I	193
Kontinuerlige Plader	I	203
Kroge paa Armering	I	186
Krumning af Armering	I	194
Krumning af Søjle	I	175
Krybning	I	19, 51
Krybning i Beton, Søjler	I	172, 176
Letbeton	I	1
Lineær Transformation af Forspændingen	II	46
	III	10, 18
Laaseglidning	II	43
Membran-Virkning i Plader	I	203
Middelcylinderstyrken	I	13
Minimal Armering i Plader	I	207
Minimale Armerings-Diametre for Pladearmring ..	I	207
Minimale Pladetykkelser	I	208
Muffe-Stød i Armering	I	193

		<u>Side</u>
n-fri Metode	I	69
Nakkebøjle	I	186
Nominel Belastning	I	39
Nominel Brudlast	III	20
Nominel Brudspænding	I	39, 40
Normaltarmeret, rektangulært Tværsnit	I	107
Normaltarmeret T-Bjælke	I	126
Normaltarmeret Tilstand	I	47, 72
Normer for Beton	I	2
Opbøjet Armering	I	143
Opbøjningsregler for Pladearmring	I	206
Opspænding, Sikkerhedsforanstaltninger	II	65
Optimal Bøjlevinkel	III	72
Overarmeret Tilstand	I	72
Overlappingsstød	I	86
Paddehat-Dæk	I	209
Partialkoefficient for Armering	I	41
Partialkoefficient for Beton	I	41
Partialkoefficient for bevægelig Belastning	I	39
Partialkoefficient for dynamisk Belastning	I	11
Partialkoefficient for hvilende Belastning	I	39
Partialkoefficient for uvarslet Brud	I	44
Partialkoefficient, supplerende	I	42
Partialkoefficientprincippet	I	39
Pladearmring, Afstand mellem Armeringsstænger	I	207
Pladearmring, Fordelingsarmring	I	201, 207
Pladearmring, minimal Armering	I	207
Pladearmring, minimale Armeringsdiametre	I	207
Pladearmring, Opbøjning over Understøtninger	I	205
Pladehjørner	I	205
Plader	I	201

		<u>Side</u>
Plader, dobbeltspændte	I	202
	II	18
Plader, enkeltspændte	I	201
Plader, Forskydning	I	209
Plader, Gennemlokning	I	209
Plader, Huller og Udsparinger	I	209
Plader, Hvælvingsvirkning	I	202
Plader, kontinuierlige	I	203
Plader, Membran-Virkning	I	203
Pladerande, simpelt understøttede	I	204
Pladetykkelser, minimale	I	208
Plasticitetsteorien anvendt paa Jernbeton	I	45
Poisson's Forhold for Beton	I	24
Rammehjørner	II	30
Rammer, Lineær Transformation	II	46
Rankine-Formlen	I	170
Rektangulært, revnet Tværsnit paavirket til Bøjning (Brugstadiet)	I	59
Rektangulært Tværsnit med Trykarmering paavirket til ren Bøjning (Brudstadiet)	I	140
Rektangulært Tværsnit paavirket af excentrisk Normalkraft (Brudstadiet)	I	86
Rektangulært Tværsnit paavirket af Normalkraft med lille Excentricitet (Brudstadiet)	I	98
Rektangulært Tværsnit paavirket af Normalkraft med stor Excentricitet (Brudstadiet)	I	92
Rektangulært Tværsnit uden Trykarmering paa- virket til ren Bøjning (Brudstadiet)	I	101, 103
Relaksation	I	37
Relativ Forspænding	III	48
Restsvind	I	17
Retarder	II	38
Revnedannelse (Forskydning)	I	131
Revnelast	III	27
Revnelastens Afhængighed af Forspændingsgraden	III	33

		<u>Side</u>
Revnemoment	III	28
Revner i Beton	I	2
Revner i Beton, Søjler	I	172
Revnevidden i T- og I-Profilen	III	60
Revneviddens Afhængighed af Forspændingsgraden ..	III	53
Revnevidder	II	66
	III	41
Ribbestaal	I	2, 29
Ritter-Formlen	I	171
Rotationskapacitet	I	46
Rumvægt for Beton	I	25
Rundjern	I	26
Sikkerhedsforanstaltninger ved Opspænding	II	65
Skiver	I	201
Skraabøjler	I	139
Skraajern	I	143
Smith-Diagram for Beton	I	10
Spalteforsøg	I	7
Spændarmerings-Kanaler, Injektion	II	61
Spændbeton	II	40
Spændbeton, Forskydning	II	53
Spændbeton, Lineær Transformation	II	46
Spændbeton-Rammer, Lineær Transformation	II	46
Spændingskorrosion	III	41
Spændvidde	I	45
Statisk ubestemte Konstruktioner	I	45
Statisk ubestemte Konstruktioner, Brudstadiet	III	13
Statisk ubestemte Konstruktioner, Brugsstadiet	III	9
Strimmelmetoden	I	49
Støbeskel	II	37
Støbeskel i Søjler	I	225
Stød i Aksialarmering, Søjler	I	226
Stød i Armering	I	186

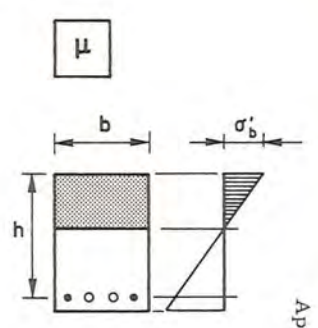
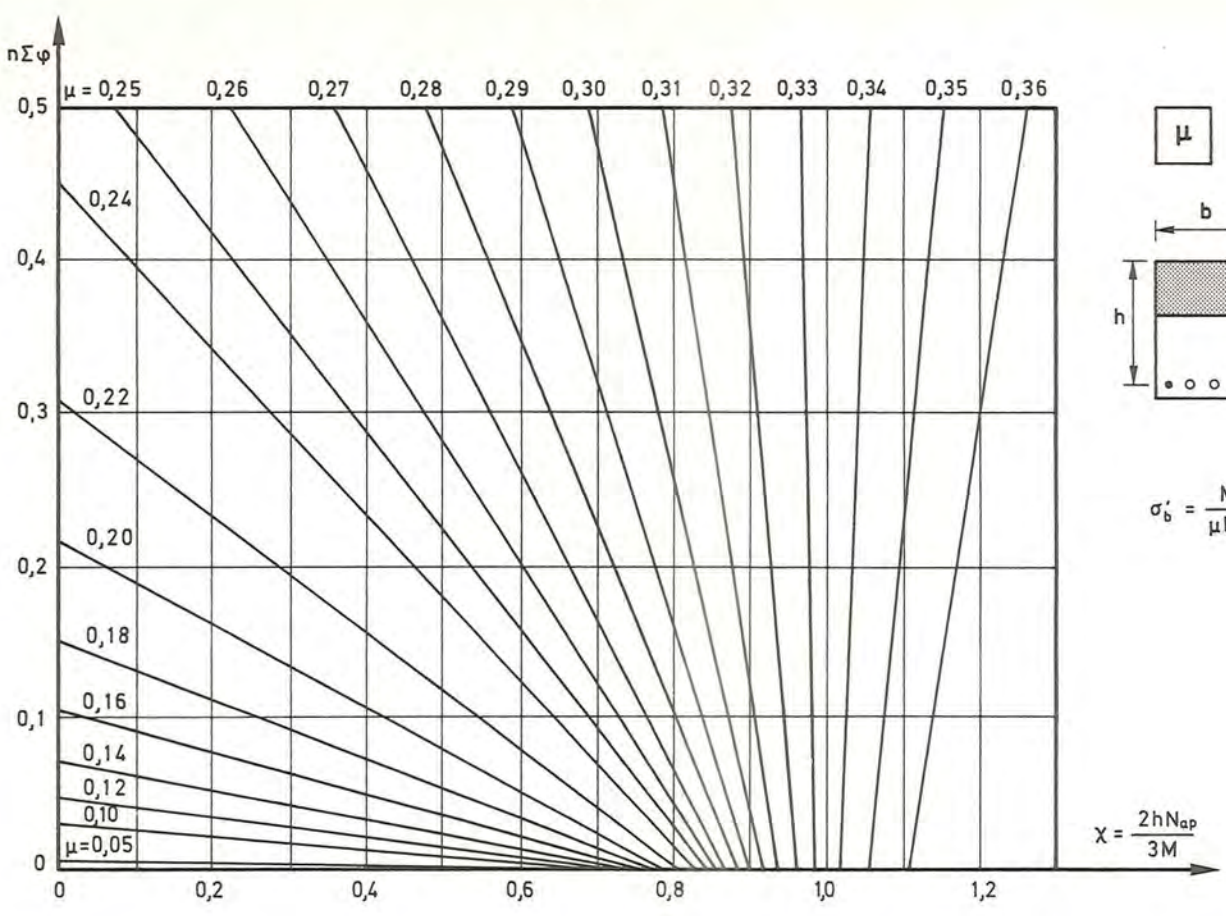
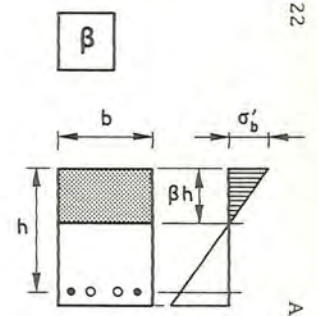
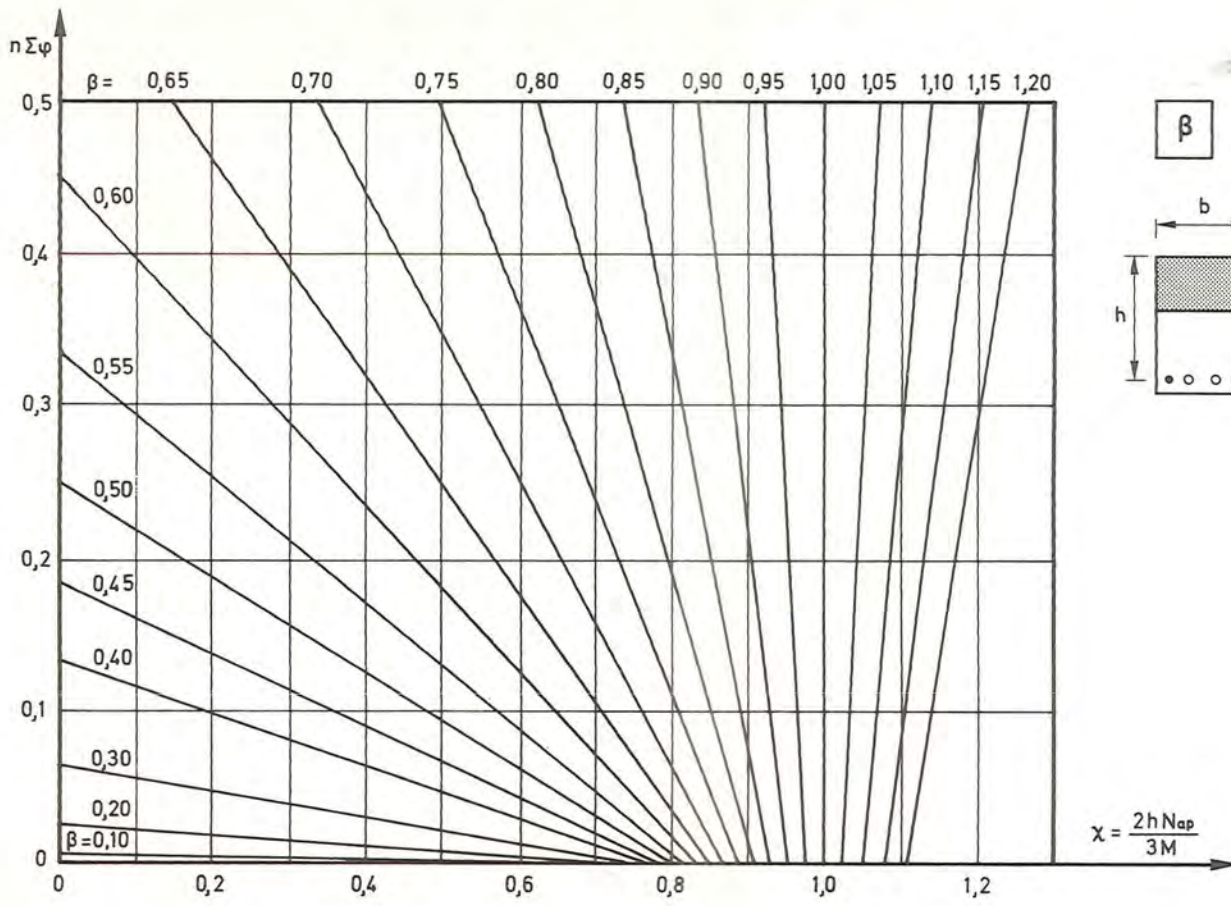
		<u>Side</u>
Stødlængde	I	187, 189
Stød, Tværarmering	I	188, 190
Supplerende Partialkoefficient	I	42
Svejste Armeringsnet	I	36
Svejste Stød i Armering	I	191
Svind	I	14
Svind i Beton, Søjler	I	172
Søjleberegning	I	175
Søjle-Bjælke-Forbindelser	I	228
Søjle-Fundament-Forbindelser	I	229
Søjler	I	170
Søjler, Aksialarmering	I	222
Søjler, beviklede	I	224
Søjler, Bøjler	I	223
Søjler, centralt belastet, Dimensioneringsformel ...	I	177
Søjler, Forhaandskrumning	I	173
Søjler, Krumning	I	175
Søjler, Krybning og Svind	I	172, 176
Søjler, Revner i Beton	I	172
Søjler, Støbeskel	I	225
Søjler, Stød i Aksialarmeringen	I	226
Søjler, uarmerede	I	230
Søjletrykrets Excentricitet	I	173
Søjletværsnit	I	220
T-Bjælker (Brudstadiet)	I	117, 124
T-Bjælke-Flanger, Forskydning	I	162
Tentorstaal	I	32
Teoretisk Spændvidde	I	45
Terningstyrken	I	4
Tillægsmoment ved Søjler	I	175
T-Profilen, Deformationer	III	64
T-Profilen, Revnevidde	III	60
T-Profilen, Udmattelsespaavirkning	III	80

Side

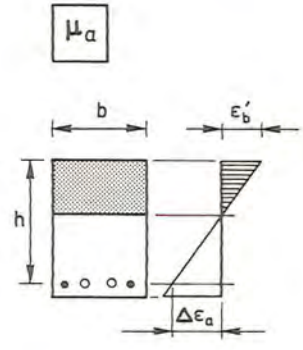
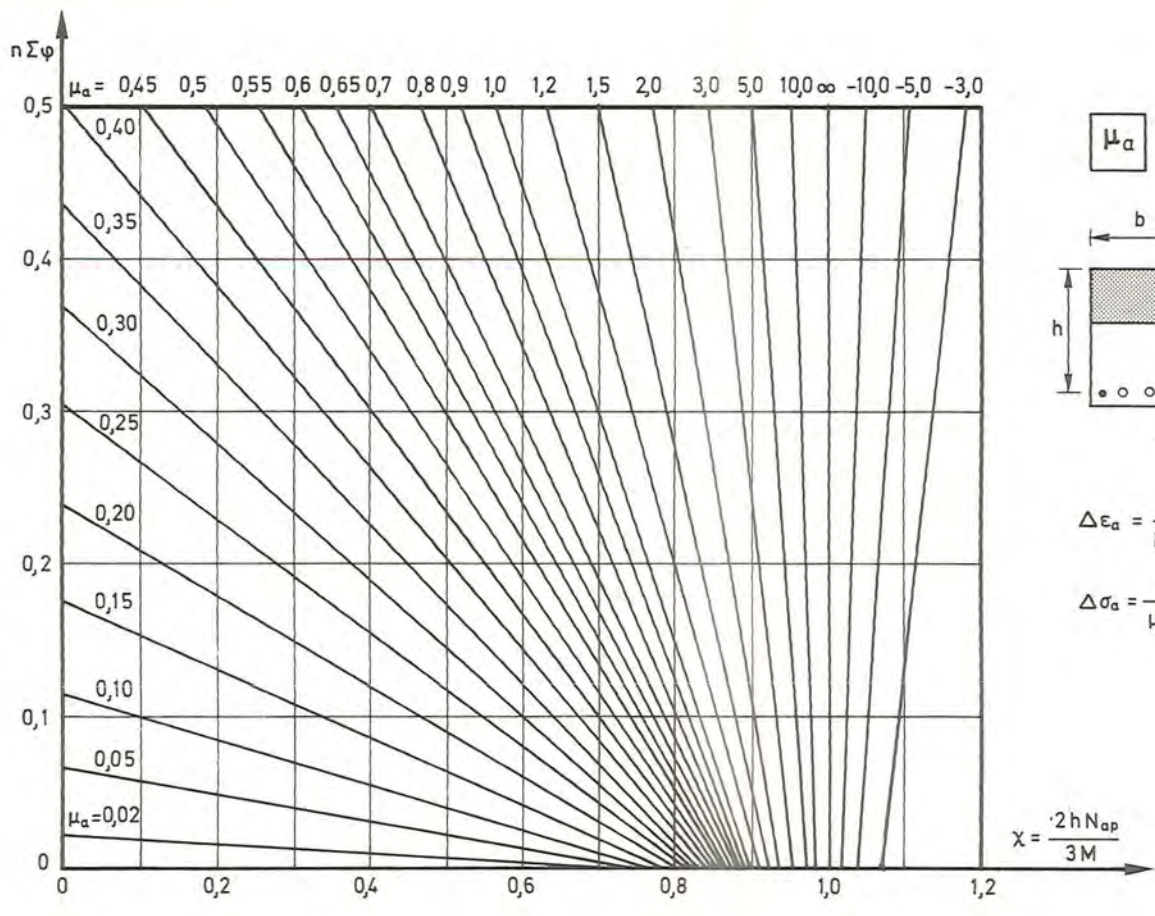
Trajektorier	I	130
Transformeret Tværsnitsareal	I	52
Trykarmring	I	70, 71
Trykarmring i Bjælker	I	212
Trykarmring, rektangulært Tværnsnit (Brudstadiet) .	I	110
Trykflangebredde for T-Bjælker	I	117
Trykstyrke (Beton)	I	1, 4
Træknormalkraft med lille Excentricitet (Brudstadiet)	I	71
Trækstyrke (Beton)	I	1, 7
Tværarmering ved Stød	I	188, 190
Uarmerede Fundamenter	I	232
Uarmerede Søjler	I	230
Uarmeret Beton, Vridning	II	3
Udmattelsespaavirkning	III	76
Udmattelsespaavirkning af Armering	I	36
Udmattelsespaavirkning af Beton	I	10
Udmattelsespaavirkning af T- og I-Profilere	III	80
Udmattelsesstyrke for Armering og Forankringer ..	III	81
Udsparinger i Plader	I	209
Udsvingsstyrken for Armering	I	36
Udtrækningsforsøg	I	183
Underarmeret, rektangulært Tværnsnit	I	107
Underarmeret T-Bjælke	I	126
Underarmeret Tilstand	I	71
Underarmeret Tværnsnit, Vridning	II	11
Uvarslet Brud	I	43, 71
Uvarslet Brud, Partialkoefficient	I	44
Uvarslet Forskydningsbrud	I	152
Vand-Cement-Forholdet	I	14, 16
Varmeudvidelseskoefficient for Beton	I	25
Varslet Brud	I	43, 72

Side

Vouter	I	211
Vridning	II	1
Vridning, Cirkulære Tværnsnit	II	1
Vridning kombineret med Bøjning og Forskydning ..	II	12
Vridning optaget af Armeringen	II	6
Vridning, Samvirken af Beton og Armering	II	9
Vridningsbrud	II	5
Vridning, Uarmeret Beton	II	3



$$\sigma'_b = \frac{M}{\mu b h^2}$$



$$\Delta \epsilon_a = \frac{M}{\mu_a b h^2 E_b}$$

$$\Delta \sigma_a = \frac{n M}{\mu_a b h^2}$$

$$\chi = \frac{2 h N_{ap}}{3 M}$$